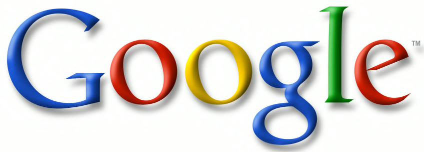
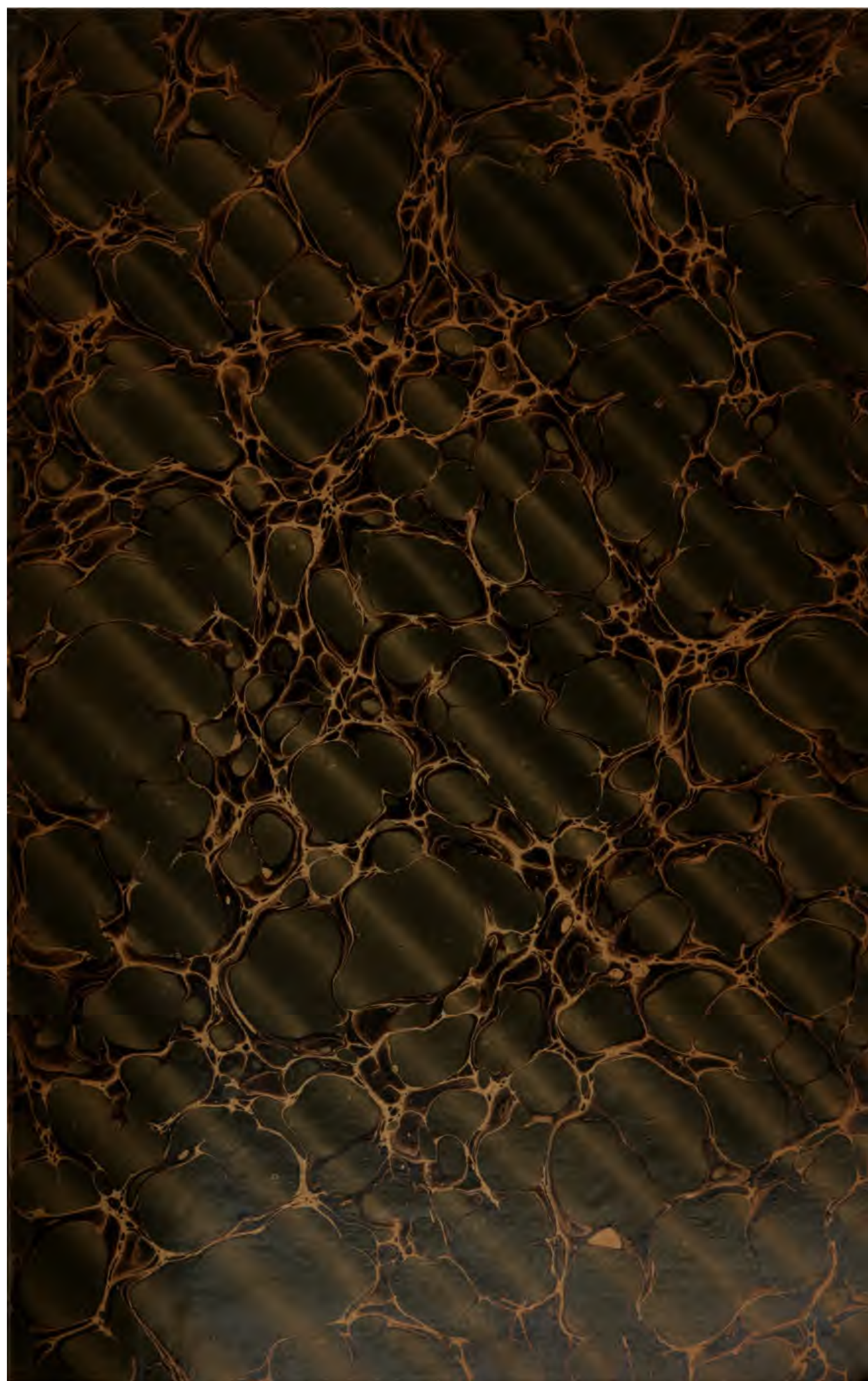





SIGILL: COLL: HARVARD: CANTAB: NOV: ANGL: 1650.
CHRISTO ET ECCLESIAE



LES GRANDEURS ÉLECTRIQUES

ET LEURS UNITÉS.

Gand, imp. C. Annoot-Braeckman, Ad. Hoste succ.

LES GRANDEURS ÉLECTRIQUES ET LEURS UNITÉS

PAR

H. SCHOENTJES

Ancien élève de l'École Normale des sciences, Docteur en sciences physiques et mathématiques
Membre correspondant de la Société de Médecine de Gand
Professeur à l'Athénée Royal et à l'École Industrielle
Répétiteur à l'Université de Gand

2e édition revue et augmentée



PARIS
LIBRAIRIE DE GAUTHIER-VILLARS ÉDITEUR
Quai des Grands-Augustins, 65

1884

AVANT-PROPOS.

Les progrès immenses accomplis depuis quelques années dans le domaine de l'Électricité et révélés par l'exposition de 1881, ont rendu indispensable un système homogène et universel d'unités électriques. L'adoption de ce système par les électriciens des différents pays fait cesser une déplorable confusion résultant de la diversité des unités autrefois en usage, et rend la production et la consommation de l'électricité industriellement possibles ; grâce à ce système, la mesure des grandeurs électriques est devenue une opération courante et usuelle.

Le but de ces pages est de faire connaître les unités adoptées aujourd'hui, ainsi que les considérations théoriques qui les ont fait adopter. Ce travail s'adresse au lecteur déjà initié aux phénomènes de l'électricité ; c'est pour ce motif, que nous nous bornons à rappeler dans le chapitre I, les lois principales relatives à la quantité, à l'intensité et à la résistance. Nous nous étendons davantage sur le potentiel et la capacité, parce que l'enseignement n'a pas encore vulgarisé les notions de ces grandeurs.

CHAPITRE I.

DES GRANDEURS ÉLECTRIQUES.

Les grandeurs électriques sont au nombre de cinq : 1° la quantité d'électricité, 2° le potentiel, différence des potentiels ou force électromotrice, 3° l'intensité du courant ou simplement le courant, 4° la résistance, 5° la capacité.

§ 1. QUANTITÉ D'ÉLECTRICITÉ.

1. Un corps acquiert, dans certaines circonstances, la propriété d'attirer des corps légers et de produire des étincelles. On dit alors qu'il est *électrisé*, ou encore qu'il est *chargé d'électricité*; les corps non électrisés sont dits à l'*état neutre*.

L'expérience démontre que l'électricité se manifeste de deux manières, c'est-à-dire qu'il y a deux espèces d'électricité : on les nomme électricité *positive* et électricité *négative*. La première est celle que prend un bâton de verre frotté avec un morceau de flanelle; la seconde, celle qu'acquiert un bâton de résine frotté avec la même étoffe. On les désigne par les signes + et —, et tout corps électrisé possède l'une ou l'autre.

Deux corps chargés d'électricités de même espèce se repoussent, et deux corps chargés d'électricités d'espèces différentes s'attirent. Des expériences variées prouvent que les conducteurs ne manifestent ces propriétés électriques qu'à leur surface.

2. Lorsqu'on frotte deux corps isolés l'un contre l'autre, on observe que, séparés, ils sont chargés d'électricités contraires, mais que réunis, ils n'exercent aucune action sur les corps légers ; les électricités positive et négative, développées dans ce cas sont dites ***égales et de signes contraires, leur somme est zéro.***

3. Que l'on touche une sphère conductrice isolée et électrisée au moyen d'une autre sphère identique, mais à l'état neutre, on trouvera, après le contact, que la première manifeste ses propriétés électriques à un degré moindre, et que la seconde a été électrisée. Ce quelque chose qu'on nomme électricité s'est donc partagé entre les deux corps, et comme les deux sphères en contact constituent un système conducteur parfaitement symétrique, on peut dire que la première a communiqué la moitié de son électricité ou de sa charge électrique à la seconde.

En touchant la première sphère au moyen de deux sphères identiques à l'état neutre, on les trouve toutes chargées après le contact, et par raison de symétrie, on dit que la première n'a plus que le $\frac{1}{3}$ de sa charge primitive; on conçoit donc qu'il existe des charges électriques, deux, trois, quatre fois plus grandes ou plus petites qu'une autre.



Fig. 1.

4. On peut aussi ***additionner des charges électriques :***

Prenons un conducteur B, creux, isolé, et présentant une petite ouverture O (fig. 1); prenons aussi une sphère métallique A fixée sur un

manche isolant. Communiquons à A une forte charge positive au moyen d'une machine électrique, et introduisons A dans le conducteur B ; la sphère agit par influence, attire sur la face interne de B de l'électricité négative, et sur la face externe une quantité égale d'électricité positive. Touchons la face interne avec la boule et retirons-la après le contact (1). On trouvera qu'elle n'est plus électrisée. mais que l'enveloppe conductrice a pris la charge de la sphère. Electrisons encore plusieurs fois la sphère et recommençons l'expérience : on constatera que *les charges successives de la sphère s'ajoutent à la surface extérieure de l'enveloppe*, dont les manifestations électriques deviennent de plus en plus intenses.

Le corps B étant chargé d'électricité positive, on charge la boule A *négativement*, on l'introduit encore une fois dans le corps B et l'on établit le contact avec la face interne. Retirant ensuite la sphère, on trouvera qu'elle est ramenée à l'état neutre, comme dans les expériences précédentes, mais que les propriétés électriques positives de l'enveloppe B ont diminué d'intensité.

Donc *une charge négative ajoutée à une charge positive diminue la première*.

5. Des considérations qui précèdent l'on doit conclure que l'électricité peut être assimilée aux quantités ordinaires, *en dehors de toute hypothèse sur sa nature*; qu'elle admet deux acceptions opposées représentées par les signes + et —; et par conséquent, les *quantités d'électricité* peuvent être introduites dans le calcul algébrique.

6. *Lois de Coulomb*. — Les recherches de Coulomb sur les attractions et les répulsions électriques ont conduit ce physicien aux lois suivantes qui portent son nom (2) ;

---

(1) On doit avoir soin, en introduisant et retirant la sphère A, d'éviter de toucher les bords de l'ouverture.

(2) *Mémoires de l'Académie des sciences*, 1785, p. 570.

1° *Quand les corps chargés sont de petites dimensions par rapport à leur distance, les forces s'exercent suivant la ligne droite qui les réunit.*

2° *La force d'attraction ou de répulsion est proportionnelle au produit des charges électriques.*

3° *La force d'attraction ou de répulsion est en raison inverse du carré de la distance des corps chargés.*

On conçoit facilement que ces lois permettent de mesurer les quantités d'électricité; pour s'assurer si deux corps sont chargés de quantités égales, on les fera agir à la même distance sur un corps déjà chargé. Si les deux forces sont égales, les quantités seront égales; mais si la force exercée par le premier corps est n fois plus grande que celle qui est exercée par le second, la quantité d'électricité du premier sera aussi n fois plus grande que celle du second. Tout appareil qui permet de faire ces comparaisons s'appelle *électromètre*. La balance de torsion de Coulomb est un de ces appareils; nous étudions plus loin (21) un électromètre beaucoup plus sensible, celui de M W. Thomson.

7. *Densité et pression électriques.* — La densité électrique en un point d'une surface est la quantité d'électricité qui se trouve en ce point. Quand la charge est uniformément répartie, la densité est la charge par unité de surface. Si la charge n'est pas uniforme : ds étant une surface infiniment petite, et dq la charge de cet élément, la densité ρ est donnée par l'égalité

$$\rho = \frac{dq}{ds}.$$

Si l'on considère un élément de la surface d'un conducteur chargé, l'électricité tend à s'en échapper et exerce un effort contre le milieu isolant qui l'entoure. Cet effort est appelé *pression électrique*.

§ 2. DU POTENTIEL.

8. *Champ électrique.* — Un corps chargé d'électricité a la propriété d'exercer une action sur les corps qui l'environnent; l'espace dans lequel cette action se fait sentir s'appelle le *champ électrique* du corps chargé. Un champ électrique est en général, illimité, mais il peut être limité;

tel est le cas d'un corps entouré d'un conducteur qui l'enveloppe complètement. Le champ électrique ne comprend pas seulement les corps conducteurs soumis à l'induction du corps chargé, mais aussi le milieu isolant ou *le diélectrique* intermédiaire.

9. *Ligne de force.* — Imaginons des corps A, B, C, électrisés et une petite charge P′ d'électricité concentrée en un point P de leur champ

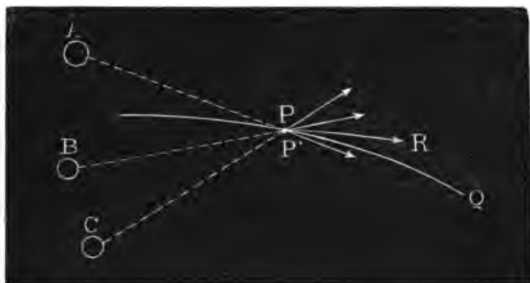


Fig. 2.

(fig. 2). Si la charge P′ est libre, elle obéira à l'action de la résultante R des forces électriques émanant des corps A, B, C,... et suivra une certaine ligne PQ. On appelle cette ligne, une *ligne de force.*

En général, on appelle ligne de force la ligne que tend à parcourir une charge électrique concentrée en un point du champ, sous l'influence des forces électriques sollicitant la charge que l'on considère. Une ligne de force est donc une ligne tangente en chacun de ses points à la direction de la résultante des forces qui agissent sur ce point.

Quand il n'y a qu'un seul corps électrisé, et lorsque celui-ci peut être assimilé à un point, les lignes de force sont des droites passant par ce point. Si le corps est une sphère, les lignes de force sont les rayons. Si c'est un plan assez étendu, les lignes de force sont des perpendiculaires au plan.

10. *Définition algébrique du potentiel électrique.* — Imaginons une quantité d'électricité concentrée en un point M, et soit un point P du champ électrique. Si la distance MP est désignée par r, l'expression

$$V = \frac{q}{r}$$

est nommée le *potentiel* de la charge q au point P, et la quantité V a le même signe que q.

Plus généralement, si plusieurs points M, M′, M″,... chargés de quantités q, q', q'',... d'électricité, sont distribués d'une manière quelconque, et si l'on considère un point P situé aux distances r, r', r'',... de chacune de ces charges, le potentiel du système des charges q, q', q'',... au point P est la somme algébrique

$$V = \frac{q}{r} + \frac{q'}{r'} + \frac{q''}{r''} + \dots = \Sigma \frac{q}{r}.$$

11. *Relation entre le potentiel et la force électrique.* — Soit un conducteur électrisé M de dimensions très petites, une sphère, par exemple, chargée d'une quantité d'électricité que nous supposerons positive, pour fixer les idées; plaçons en P, à la distance MP $= r$, l'unité d'électricité positive. La charge q repoussera cette unité dans la direction de la ligne de force, et la répulsion F sera donnée (6) par

$$F = \frac{q}{r^2}.$$

Déplaçons-nous maintenant dans la direction MP, en un point P′, infiniment voisin de P′, et soit PP′ $= dr$. Le potentiel, qui était V au point P, deviendra $V + dV$, et la dérivée du potentiel au point P sera

$$\frac{dV}{dr} = \frac{d\frac{q}{r}}{dr} = -\frac{q}{r^2}.$$

L'on aura donc

$$\frac{dV}{dr} = -F.$$

La dérivée du potentiel en un point, prise par rapport à la ligne de force passant par ce point, est égale et de signe contraire à la force électrique agissant au point considéré.

12. Il est facile de montrer que les composantes de la force suivant une autre direction ont la même propriété.

En effet (fig. 3), déplaçons l'unité d'électricité en un point P″ d'une quantité PP″ $= da$ le long d'une droite PP″, faisant avec la ligne de

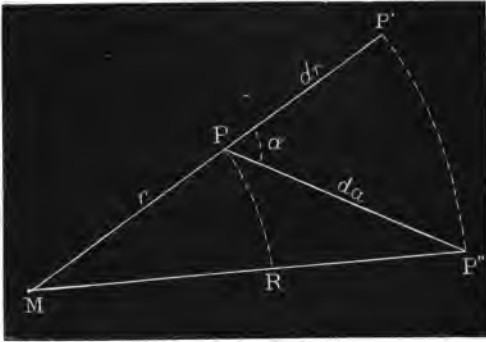


Fig. 3.

force MP un angle α. Joignons MP″ et décrivons du point M comme centre les arcs de cercle PR et P″P′. Le potentiel en R est le même que le potentiel en P, donc le changement dV que subit le potentiel par le déplacement PP″, se réduit à la variation qu'il subit quand on se déplace de P en P′. Soit PP′ $= dr$, l'on aura d'après ce qui précède

$$\frac{dV}{dr} = -F,$$

mais dans le triangle infinitésimal PP′P″ on a

$$dr = da \cos \alpha,$$

d'où :

$$\frac{dV}{da \cos \alpha} = -F,$$

ou,

$$\frac{dV}{da} = -F \cos \alpha,$$

mais $F \cos \alpha$ est la composante de la force électrique suivant le déplacement dr ; donc :

La dérivée du potentiel suivant une direction quelconque est égale et de signe contraire à la composante de la force électrique suivant cette direction.

13. Jusqu'ici nous n'avons considéré qu'une seule charge électrique; imaginons actuellement un système de charges q, q', q'',... distribuées comme on voudra, pouvant constituer, par exemple, les charges élémentaires d'un même conducteur électrisé.

Soient : v, v', v'',... les potentiels de ces charges au point P; V le potentiel du système; f, f', f'',... les forces agissant sur l'unité d'électricité placée en P, et émanant des diverses charges; R la résultante de ces forces; ds un déplacement élémentaire quelconque à partir de P, α, α', α'',... A, les angles que les forces et leur résultante font avec le déplacement ds. On aura la relation (10)

$$V = v + v' + v'' + \cdots,$$

ensuite,

$$R \cos A = f \cos \alpha + f' \cos \alpha' + f'' \cos \alpha'' + \cdots.$$

D'après ce qui précède (12)

$$\frac{dv}{ds} = -f \cos \alpha,$$

$$\frac{dv'}{ds} = -f' \cos \alpha',$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

d'où en additionnant

$$\frac{dv}{ds} + \frac{dv'}{ds} + \frac{dv''}{ds} + \cdots = -f \cos \alpha - f' \cos \alpha' - f'' \cos \alpha'' - \cdots$$

ou enfin,

$$\frac{dV}{ds} = -R \cos A;$$

par conséquent, d'une manière générale :

La dérivée du potentiel d'un système de charges électriques est égale et de signe contraire à la composante de la force totale suivant le déplacement considéré.

Si le déplacement ds a lieu suivant la ligne de force, l'on aura

$$\frac{dV}{ds} = -R.$$

14. *Sens de l'action de la force électrique.* — Il résulte du principe précédent que la force électrique agit sur l'électricité positive dans le sens des potentiels décroissants. Quand une charge électrique positive est abandonnée à elle-même, elle tend à marcher suivant la ligne de force qui passe par sa première position et se dirige vers les points dont le potentiel est plus faible; l'électricité négative marche au contraire vers les hauts potentiels.

15. *Conditions d'équilibre d'un conducteur.* — De ce que l'électricité se meut sans obstacle dans un corps conducteur, il faut conclure que lorsqu'un tel corps est en équilibre électrique, la résultante de toutes les forces électriques agissant en un point de ce corps est nulle. En effet, si cette force n'était pas nulle, et s'il y avait de l'électricité libre au point considéré, cette électricité obéirait à la force et marcherait dans un certain sens : de là un mouvement électrique qui serait contraire à notre hypothèse. D'autre part, s'il n'y avait pas d'électricité libre, la force ferait apparaître au point considéré des quantités d'électricité $+m$ et $-m$, ce qui serait encore contraire à l'hypothèse de l'équilibre électrique. La force étant nulle en tous les points du conducteur, ses composantes sont nulles suivant toutes les directions et, par conséquent, le potentiel est constant.

Le potentiel est constant dans toute l'étendue d'un conducteur en équilibre électrique.

16. *Potentiel de la terre.* — Dans la généralité des phénomènes, les potentiels électriques n'interviennent que par leurs différences et non par leurs valeurs absolues. On est convenu d'adopter comme zéro de potentiel le potentiel du sol ou du réservoir commun. Le potentiel en un point est donc la différence entre le potentiel de ce point et celui de la terre; s'il est positif, il est plus élevé que celui de la terre, s'il est négatif, il est considéré comme étant plus bas.

17. *Potentiel d'une sphère.* — La charge d'une sphère conductrice est distribuée uniformément sur sa surface. Si donc on suppose cette

surface décomposée en éléments égaux, et si l'on désigne par dq la charge de chaque élément, le potentiel *au centre de la sphère*, et par conséquent, *en tous ses points*, sera

$$V = \int \frac{dq}{r} = \frac{q}{r}.$$

18. *Définition mécanique du potentiel.* — Transportons l'unité d'électricité le long du chemin élémentaire ds, de la position P dans la position P'. Si le transport a lieu en sens contraire de la direction de la force R cos A, on devra dépenser un travail; il y aura, au contraire, production de travail si la force agit dans le sens du déplacement. L'expression numérique de ce travail est

$$dW = R \cos A \, ds,$$

et comme (13)

$$dV = -R \cos A ds,$$

on a aussi

$$dV = -dW.$$

Si maintenant nous transportons l'unité d'électricité d'un point A où le potentiel est $V = \Sigma \frac{q}{r}$, jusqu'au point B où le potentiel est $V_1 = \Sigma \frac{q}{r_1}$ le travail engendré ou consommé sera donné par l'expression

$$W_A^B = -\int_A^B dV = V - V_1,$$

ou

$$W_A^B = \Sigma \frac{q}{r} - \Sigma \frac{q}{r_1}.$$

Le travail correspondant au passage de l'unité d'électricité d'un point à un autre du champ électrique est égal à la différence des valeurs du potentiel aux deux points considérés.

Supposons que le point B soit un point très éloigné du champ électrique des masses agissantes : toutes les distances r_1 seront infinies dans cette hypothèse, et l'on aura

$$W_A^\infty = \Sigma \frac{q}{r} = V.$$

Le potentiel d'un système de masses électriques en un point A *est le travail qu'il faudrait dépenser contre les forces électriques pour amener l'unité d'électricité positive de l'infini jusqu'à ce point;* ou encore, *le potentiel au point* A *est le travail que produit l'unité d'électricité positive en passant de ce point à l'infini.*

19. *Différence entre la charge d'un conducteur et son potentiel.* — Quand l'équilibre électrique est établi, la distribution de l'électricité à la surface du conducteur dépend essentiellement de la forme du corps. On le prouve en explorant la surface au moyen d'un plan d'épreuve. Les quantités d'électricité enlevées aux éléments superficiels varient avec la position de l'élément touché par le plan; mais, si l'on relie le conducteur par un fil long et fin à une sphère isolée, soustraite à l'influence directe par un écran métallique non isolé, le conducteur et la sphère forment alors un système unique et le potentiel du conducteur est modifié; une certaine quantité q d'électricité passe du conducteur sur la sphère, jusqu'à ce que le système soit au même potentiel; l'observation prouve que *la quantité q est indépendante du point où l'on attache le fil au conducteur.*

20. *Définition expérimentale du potentiel.* — 1° Si les dimensions de la sphère sont négligeables vis-à-vis de celles du conducteur, la quantité q enlevée ne modifie ni la charge ni le potentiel du conducteur d'une manière appréciable, et le potentiel $V = \frac{q}{r}$ de la sphère est le même que le potentiel primitif du conducteur.

2° Cette dernière conclusion est rigoureuse quand la charge enlevée par la sphère est rendue au conducteur par une source constante d'électricité. Cette circonstance se présente quand le conducteur est relié par un fil métallique au pôle d'une pile voltaïque ou au pôle d'une machine électrique tournant uniformément.

Supposons maintenant que la sphère soit la petite boule fixe de la balance de Coulomb; on sait que la force qu'elle exerce sur la sphère chargée mobile, mesure sa charge q; cette force mesure donc

aussi son potentiel $\frac{q}{r}$, et, par conséquent, le potentiel du conducteur auquel la boule fixe est reliée.

Comme les considérations qui précèdent s'appliquent à un électromètre quelconque autant qu'à la sphère, il en résulte que dans les deux cas mentionnés ci-dessus, *le potentiel d'un conducteur électrisé est proportionnel à la charge d'un électromètre relié métalliquement au conducteur, et soustrait à l'influence directe. Le potentiel peut donc être mesuré par l'attraction ou la répulsion que l'électromètre exerce sur une charge électrique déterminée.*



Fig. 5.

21. *Electromètre à quadrants de Thomson* (fig. 4, plan et fig. 5, élévation). — Une aiguille d'aluminium AB en forme de 8, est suspendue de façon à pouvoir tourner dans un plan horizontal. Cette aiguille est fortement chargée, et pour lui garder sa charge, on la relie à une bouteille de Leyde. L'aiguille est placée à l'intérieur d'une boite plate et ronde, formée de quatre secteurs *a*, *b*, *c*, *d* identiques entre eux. Chacun de ces secteurs est isolé de l'autre et est en communication avec celui qui lui est opposé. Dans la position d'équilibre, l'axe de l'aiguille coïncide avec l'axe de l'intervalle qui sépare deux secteurs. Pour mesurer le potentiel d'un corps A, on charge l'aiguille d'une élec-

tricité connue, positive, par exemple, et l'on met les quadrants *b* et *d* en communication avec A; les secteurs *b* et *d* se mettent alors au potentiel de A et leur charge agit sur l'aiguille qui est déviée. Le sens de la déviation indique l'espèce d'électricité du corps A. Il est facile de voir, en effet, que si cette électricité est positive, l'aiguille sera repoussée par les quadrants *b* et *d* et que la déviation aura lieu vers la gauche; si, au contraire, l'électricité de A est négative, la déviation aura lieu vers la droite.

Quand on met les secteurs *b* et *d* en communication avec un corps au potentiel V_1 et les secteurs *a* et *c* avec un autre au potentiel V_2, les déviations seront dues à la différence algébrique $V_1 - V_2$ des potentiels.

L'appareil est très sensible, car la force qui s'exerce sur l'aiguille étant proportionnelle au produit des charges électriques de l'aiguille et des secteurs, il en résulte que cette force sera grande, même si la charge des quadrants est faible, pourvu qu'on charge fortement l'aiguille, ce qui est toujours facile.

Pour mesurer avec précision les déviations très faibles de l'aiguille, on les amplifie par l'artifice suivant. On munit le fil de suspension d'un petit miroir MM' qui tourne avec lui d'un angle égal à la torsion; parallèlement à la position d'équilibre du miroir (fig. 6), se trouve une règle divisée RR' dont les divisions se réfléchissent sur MM'; une lunette fixe L, dont l'axe optique est perpendiculaire à RR' et passe par le centre du miroir, permet de viser le zéro *n* de la division; quand le miroir tourne, l'image d'un autre point *m* de la division vient prendre la place du zéro, et du nombre de divisions

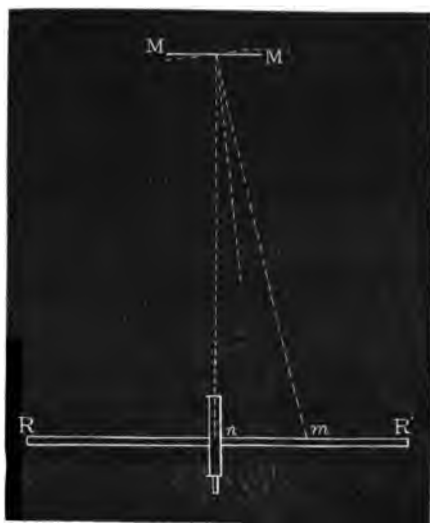


Fig. 6.

comprises dans la longueur *mn* on déduit facilement l'angle de rotation du miroir.

22. *Force électromotrice.* — Il a été établi (15) que si un conducteur isolé est chargé d'électricité, l'équilibre électrique exige que toutes les parties de ce corps se mettent au même potentiel. Cela posé, supposons que deux conducteurs isolés soient chargés à des potentiels différents V_1 et V_2 et qu'on les réunisse par un fil métallique. Les deux corps ne formant plus qu'un seul système conducteur, le potentiel le plus élevé s'abaissera, tandis que l'autre s'élèvera, jusqu'à ce que tout le système soit au même potentiel. Celui des corps dont le potentiel a diminué a perdu de l'électricité, celui dont le potentiel a augmenté en a reçu une certaine quantité, et comme il n'est pas entré d'électricité dans le système, et qu'il n'en est pas sorti, le gain d'électricité est égal à la perte, et l'on peut dire que l'électricité s'est transportée de l'un sur l'autre en suivant le fil. Ce phénomène offre une profonde analogie avec celui qui se produit quand on réunit par un tuyau, deux réservoirs renfermant de l'eau à des niveaux différents; l'eau s'écoule du réservoir le plus élevé vers l'eau du réservoir le plus bas, jusqu'à ce que les deux niveaux soient les mêmes.

Ce flux d'électricité le long du fil est appelé un *courant électrique*, et se produit chaque fois que l'on met en communication deux points dont les potentiels sont différents. Quand les conducteurs que l'on relie sont isolés, la différence des potentiels diminue très rapidement et le courant électrique ne dure qu'une très petite fraction de seconde; mais, si par un moyen quelconque, on maintient constante la différence des potentiels, le courant continue à s'écouler le long du fil de communication.

C'est le résultat qu'on obtient en réunissant par un fil métallique les coussins et le plateau d'une machine électrique ordinaire en activité : la différence des potentiels du plateau et des coussins est entretenue par un travail mécanique. La pile voltaïque est, à ce point de vue, une machine électrique ordinaire : deux plaques formées de métaux différents plongeant dans un liquide, se chargent d'électricité; celle qui est le plus attaquée se met au potentiel le plus élevé, et, aussitôt que la diffé-

rence des potentiels a atteint son maximum, l'action chimique cesse. Mais si l'on relie les métaux par un fil conducteur, les deux plaques tendent à se mettre au même potentiel, tandis que l'action chimique recommence et maintient la différence des potentiels constante. Un flux continu d'électricité s'écoule alors à travers le fil conducteur et le courant est obtenu, dans ces conditions, par le travail chimique qui s'accomplit dans la pile.

En résumé, *la différence des potentiels entre deux points est une cause qui produit le déplacement de l'électricité; la quantité* $V_1 - V_2$ *est donc une force, on l'appelle force électromotrice.*

23. *Surface de niveau.* — On appelle surface de niveau une surface normale en chacun de ses points à la ligne de force passant par ce point. Dans le cas d'un corps électrisé sphérique, les surfaces de niveau sont des sphères concentriques, et dans le cas d'un plan, ce sont des plans parallèles.

24. *Propriétés des surfaces de niveau.* — Il résulte de cette définition que lorsqu'une masse électrique se déplace le long d'une surface de niveau, le travail est constamment nul, puisque la force électrique est toujours normale au déplacement. Comme aucun travail n'est engendré ni consommé par le passage d'une charge électrique d'un point d'une surface de niveau à un autre, la différence des potentiels de ces deux points est nulle (18) et, par conséquent, *le potentiel est constant pour tous les points d'une même surface de niveau.*

C'est à cause de cette propriété que les surfaces de niveau sont aussi nommées des *surfaces équipotentielles.*

La surface extérieure d'un conducteur en équilibre électrique est une surface de niveau.

Considérons deux surfaces de niveau S_1 et S_2, sur lesquelles les potentiels sont respectivement V_1 et V_2; le travail qui correspond au déplacement de l'unité d'électricité d'un point de S_1 à un point de S_2 est égal à la différence $V_1 - V_2$ (18); le travail est donc indépendant du chemin décrit entre ces deux points et est aussi indépendant de la position des points de départ et d'arrivée sur les surfaces S_1 et S_2.

La surface de niveau électrique a une grande analogie avec le niveau d'une masse liquide. De même que l'eau, en descendant d'un niveau plus élevé à un niveau plus bas, sous l'action de son poids, produit du travail; de même, l'électricité positive libre, cédant à la résultante des forces électriques qui la sollicitent, quitte la surface de niveau S_1 où le potentiel est plus élevé, et se dirige vers la surface S_2 où il est plus bas. L'eau, en descendant, peut suivre la trajectoire directe, c'est-à-dire la verticale, et peut aussi suivre dans sa chute un autre chemin. C'est ce qui arrive quand elle s'écoule par un tuyau de forme quelconque. Mais quelle que soit la trajectoire, le travail produit ne dépend que de la différence entre les niveaux de départ et d'arrivée. Il en est de même pour l'électricité. Pour passer d'une surface de niveau S_1 à une autre S_2, elle peut suivre la ligne de force, mais on peut l'obliger à suivre un autre trajet, un fil conducteur; le travail produit ne dépend que de $V_1 - V_2$. Enfin, de même que le mouvement de l'eau, qui s'écoule librement, ne cesse que lorsque tous les points de la masse sont au même niveau, de même l'électricité positive libre, qui se meut dans un conducteur, afflue vers les points où le potentiel est plus bas, jusqu'à ce que tous les points du conducteur soient au même potentiel.

§ 3. INTENSITÉ DU COURANT.

25. *Effets des courants.* — Quand un circuit est parcouru par un courant électrique, il devient le siége d'actions diverses que l'on peut classer comme suit :

Actions chimiques,

Actions calorifiques et lumineuses,

Actions mécaniques : le courant peut écarter un barreau aimanté de sa position d'équilibre, déplacer un courant mobile, aimanter du fer doux, etc.,

Actions physiologiques.

On dit que le courant est plus ou moins intense suivant que ces effets sont plus ou moins énergiques ; généralement, on compare les courants

entre eux au moyen des déviations qu'ils produisent sur un barreau aimanté mobile autour de son centre dans un plan horizontal; les appareils disposés de façon à rendre cette comparaison facile portent le nom de *galvanomètres.* Dans le galvanomètre ordinaire, les intensités sont proportionnelles aux angles de déviation quand les angles ne dépassent pas certaines limites; dans le galvanomètre des tangentes, les intensités sont proportionnelles aux tangentes des déviations angulaires.

26. *Relation entre la quantité d'électricité et l'intensité du courant.* Pouillet a vérifié par une belle expérience que *l'intensité du courant est proportionnelle à la quantité d'électricité qui traverse une section du conducteur pendant des temps égaux* : imaginons une roue de verre C que l'on peut faire tourner à l'aide d'une manivelle (fig. 7). Le bord de cette roue est entouré d'une pièce métallique, continue sur une

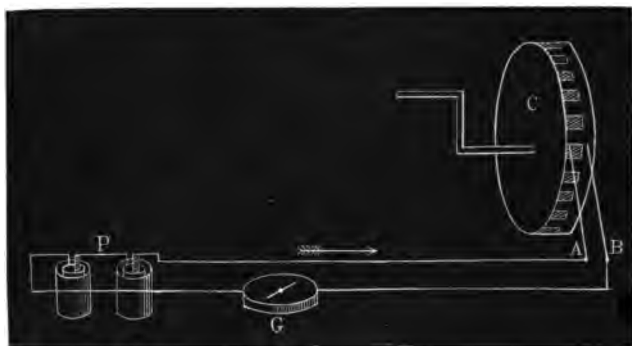


Fig. 7.

moitié de sa largeur et dentelée sur l'autre; deux ressorts A et B s'appuient, l'un sur la partie continue, l'autre sur la partie qui est dentelée. On fait passer le courant d'une pile P dans un circuit comprenant les ressorts et un galvanomètre G. Quand on fait tourner l'appareil, le courant est alternativement fermé et ouvert; il est fermé quand la languette A frotte sur la dent et ouvert quand elle s'appuie sur le verre; la quantité totale d'électricité qui passe pendant un temps donné étant 1 quand la communication est continue, se réduira à $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots$ suivant que l'étendue des dents conductrices occupe la moitié,

le tiers,... de la circonférence totale de la roue. Or, si la vitesse est considérable, la boussole est déviée d'une façon permanente, et l'on observe que ses indications correspondent précisément à des intensités égales à la moitié, au tiers,.... de celle que fournit le courant non interrompu.

§ 4. RÉSISTANCE.

27. L'intensité du courant fourni par une pile ou une machine varie quand, la force électromotrice restant constante, le circuit parcouru par le courant vient à changer. Ainsi, imaginons une pile P (fig. 8), lançant un courant dans un fil ACDB et dans le galvanomètre G ; la partie CD étant disposée de manière à pouvoir être remplacée par des fils différents. On observe alors :



Fig. 8.

1° Que la déviation de G diminue, quand la longueur du fil CD augmente, la section et la substance du fil restant les mêmes.

2° Que l'intensité augmente, quand on remplace CD par un fil de section plus forte, mais de même longueur et de même substance.

3° Que l'intensité change, toutes choses égales d'ailleurs, quand la matière du fil varie.

Il faut conclure de là, que, la force électromotrice du générateur d'électricité restant invariable, les corps interposés dans le circuit diminuent la quantité d'électricité qui traverse une section du conducteur pendant le même temps; ils offrent donc une *résistance* au passage de l'électricité. Pouillet a démontré les lois suivantes :

La résistance d'un conducteur est proportionnelle à sa longueur, en raison inverse de sa section et en raison inverse d'un coëfficient dépendant de la substance du conducteur et appelé conductibilité. Si donc R est la résis-

tance opposée par un conducteur de longueur l, de section s, de conductibilité c, on a

$$R = \frac{l}{sc}.$$

28. *Conducteurs équivalents. — Longueur réduite.* — Soient des conducteurs de longueurs $l, l', l''...$, de sections $s, s', s''...$, de conductibilités $c, c', c''...$, tels que des fils de métaux différents, des colonnes liquides, etc. ; les résistances de ces conducteurs seront égales si l'on a

$$\frac{l}{sc} = \frac{l'}{s'c'} = \frac{l''}{s''c''} = \dots,$$

dans ce cas les conducteurs sont dits *équivalents*.

Concevons un circuit formé de ces conducteurs hétérogènes; on pourra le remplacer par un autre circuit homogène, dont la section et la conductibilité sont prises pour unités, et dont la longueur L serait calculée par la formule :

$$L = \frac{l}{sc} + \frac{l'}{s'c'} + \frac{l''}{s''c''} + \dots,$$

la longueur L est appelée *longueur réduite* du circuit.

29. *Loi d'Ohm.* — Ohm a assimilé la circulation de l'électricité dans un fil conducteur, au passage de la chaleur à travers un mur à faces parallèles maintenues à des températures invariables et qui est arrivé à l'état calorifique stationnaire. Développant cette idée par le calcul, Ohm découvrit (1827) la relation qui lie l'intensité du courant, la force électromotrice et la résistance totale du circuit; cette relation remarquable par sa simplicité et qui est le point de départ de toutes les déterminations électriques peut être énoncée comme suit :

L'intensité d'un courant est proportionnelle à la force électromotrice et en raison inverse de la résistance totale du circuit.

Quoique la loi qui vient d'être énoncée soit fondée sur des calculs dont la base est discutable, elle a été vérifiée expérimentalement par Pouillet qui ignorait les travaux d'Ohm.

Chaleur dégagée dans un circuit. Travail du courant.

30. *Loi de Joule.* — Quand la source du courant est une pile, celle-ci est le siége d'actions chimiques qui développent de la chaleur, et cette chaleur se distribue dans les diverses parties du circuit. Il en est de même, lorsque le courant est fourni par une machine dynamo ou magnéto-électrique, le circuit s'échauffe dans toute son étendue; la chaleur produite est dans ce cas une transformation du travail mécanique consommé pour faire tourner la machine, abstraction faite de la partie du travail nécessaire pour vaincre les résistances passives.

La loi de Joule fait connaître la manière dont la chaleur totale dépend de l'intensité du courant et comment elle est distribuée dans le circuit.

La quantité totale créée pendant un certain temps est proportionnelle au temps et au carré de l'intensité du courant.

La chaleur est distribuée dans chaque portion du circuit, y compris la pile ou la machine, proportionnellement à la résistance de la portion considérée.

31. Lorsque la pile ou la machine servent à mettre en mouvement un moteur, il se produit un déficit de chaleur dans le circuit, et ce déficit est proportionnel au travail mécanique fourni par le moteur. La chaleur disparue est *convertie* en travail, et chaque calorie qui ne se retrouve pas dans le circuit correspond à 424 kilogrammètres produits par le moteur.

Admettons, par exemple, que l'on emploie une pile de 25 éléments pour faire tourner un moteur électrique. Lorsque 100 grammes de zinc auront été dissous dans la pile, on trouve par des procédés calorimétriques que 56 calories auront été créées; supposons que le travail produit pendant ce temps par le moteur soit de 3540 kilogrammètres; comme ce travail correspond à $\frac{3540}{424} = 8^{cal},3$, il en résulte que $8^{cal},3$ auront disparu dans tout le circuit, et qu'on ne trouvera plus que $56 - 8,3 = 47,7$ calories qui seront réparties sur les diverses résistances, conducteurs et pile,

conformément à la loi de Joule. Il en est de même quand le courant traverse un électrolyte, celui-ci est décomposé, la quantité totale de chaleur est moindre, et le déficit correspond précisément au travail chimique absorbé par la décomposition. Ainsi si notre pile de 25 éléments, au lieu d'actionner un moteur, décomposait de l'eau acidulée, aux 100 grammes de zinc dissous dans la pile correspond la décomposition de $1^{gr},364$ d'eau; la décomposition de cette eau exige $5^{cal},3$ environ; on en trouverait encore $56 - 5,3 = 50,7$ dans le circuit.

§ 5. DE LA CAPACITÉ ÉLECTRIQUE.

32. Déjà Volta avait remarqué que plus la surface d'un conducteur est grande, plus il faut faire de tours de roue d'une machine électrique pour donner à ce conducteur la charge maximum. Franklin a vérifié que lorsque la surface d'un conducteur augmente sans que sa masse change, le conducteur prend une quantité croissante d'électricité pour atteindre sa charge limite; si un vase métallique renferme une chaîne, la *capacité* du vase est plus grande lorsque la chaîne est déroulée que lorsqu'elle est accumulée sur le fond du vase.

33. *Définition.* — La capacité d'un conducteur est la quantité d'électricité que l'on doit donner au conducteur pour que son potentiel soit égal à l'unité; en d'autres termes, c'est le quotient de la charge du corps par le potentiel qui correspond à cette charge.

Soient c la capacité d'un conducteur, V le potentiel, et q la charge électrique, on a par définition

$$c = \frac{q}{V}.$$

34. *Capacité d'une sphère.* — Le potentiel d'une sphère a pour expression (17)

$$V = \frac{q}{r},$$

pour que le potentiel soit 1, il faut que

$$q = r,$$

donc pour la sphère

$$c = r.$$

La capacité d'une sphère est mesurée par son rayon.

35. *Capacité d'un condensateur sphérique.* — Soit une sphère conductrice A, dont le rayon est r, la charge q, et le potentiel V (fig. 9).



Fig. 9.

Supposons que l'on entoure cette sphère d'une enveloppe sphérique concentrique B dont les rayons intérieur et extérieur sont r' et r''. La sphère intérieure agit par induction sur la sphère creuse, attire une charge $-q$ sur la face interne et repousse $+q$ sur la face extérieure; le potentiel de la sphère A est modifié, il se compose actuellement de la somme algébrique des potentiels des charges $+q$ sur A et $-q$, $+q$ sur B.

Pour évaluer le potentiel v de la sphère A, nous nous placerons au centre, on trouve

$$v = \frac{q}{r} - \frac{q}{r'} + \frac{q}{r''}$$

et puisque $r'' > r'$, on voit que $v < V$; l'enveloppe a donc pour effet de diminuer le potentiel de la sphère A. La diminution sera maximum si nous mettons la sphère enveloppante en communication avec le sol, car alors $\frac{q}{r''} = 0$, et v devient

$$v = \frac{q}{r} - \frac{q}{r'},$$

ou

$$v = q\frac{r' - r}{rr'}.$$

Faisons $v = 1$, et désignons par C la capacité du condensateur sphérique, nous obtenons

$$1 = \mathrm{C}\,\frac{r' - r}{rr'},$$

ou

$$\mathrm{C} = \frac{rr'}{r' - r}.$$

Désignons par e l'épaisseur de la couche d'air qui sépare les deux armatures, et supposons cette épaisseur petite par rapport à r, nous aurons

$$v = q\,\frac{e}{r^2}, \quad \mathrm{C} = \frac{r^2}{e} = r \cdot \frac{r}{e}.$$

La capacité de la sphère A est donc augmentée dans le rapport $\frac{r}{e}$ par la présence de la sphère creuse.

36. *Force condensante.* — Puisque le potentiel de l'armature A a diminué quand on met l'armature B en communication avec le sol, il en résulte que A pourra recevoir une nouvelle charge et qu'on pourra accumuler de l'électricité sur les armatures du condensateur jusqu'à ce que le potentiel ait repris la valeur V de la source électrique. Soit Q la charge de la sphère A à cet instant, on a

$$\mathrm{V} = \mathrm{Q}\,\frac{e}{r^2}, \quad \text{d'où,} \quad \mathrm{Q} = \mathrm{V} \cdot \frac{r^2}{e}.$$

On appelle force condensante d'un condensateur le rapport $\frac{Q}{q}$ de la charge totale que reçoit l'armature intérieure A à celle qu'elle recevrait si elle était seule. La force condensante du condensateur sphérique est donc le rapport

$$\frac{\mathrm{Q}}{q} = \frac{\mathrm{V} \cdot \frac{r^2}{e}}{\mathrm{V}r} = \frac{e}{r};$$

elle est proportionnelle au rayon et en raison inverse de l'épaisseur de la couche d'air isolante.

On remarquera que ce nombre est égal au rapport de la capacité du condensateur à celle de l'armature intérieure non enveloppée.

On a donc :

$$\text{force condensante} = \frac{Q}{q} = \frac{C}{c} = \frac{r}{e}.$$

On peut dans l'expression de la capacité du condensateur introduire la surface S des armatures, on a :

$$C = \frac{r^2}{e} = \frac{4\pi r^2}{4\pi e} = \frac{S}{4\pi e}.$$

27. ***Capacité d'un condensateur à lames parallèles séparées par une couche d'air d'épaisseur e, et d'un condensateur cylindrique dont la distance e des armatures est petite par rapport aux rayons.*** (Cas des bouteilles de Leyde).

L'expression rigoureuse de la capacité d'un condensateur sphérique est

$$C = \frac{rr'}{r' - r} = \frac{rr'}{e} = \frac{r(r+e)}{e};$$

d'où, pour la capacité de l'unité de surface :

$$\frac{C}{S} = \frac{r(r+e)}{4\pi r^2 e} = \frac{r+e}{4\pi re}.$$

Si l'on fait $r = \infty$, on obtient :

$$\frac{C}{S} = \frac{1}{4\pi e}.$$

C'est la capacité par unité de surface d'un condensateur formé de deux plans parallèles illimités séparés par un intervalle isolant d'épaisseur e. S'il s'agit de deux disques plans parallèles d'aire S, et dont le rayon est très grand par rapport à e, l'on peut admettre que la densité est constante sur toute leur étendue, et la même formule est applicable. Il en résulte que

$$C = \frac{S}{4\pi e},$$

est la capacité du condensateur plan.

Le calcul conduit à la même formule pour la capacité de la bouteille de Leyde.

28. ***Capacité d'un condensateur cylindrique de longueur l, de diamètres*** D ***et*** d (l est très grand par rapport à D et d, comme dans le

cas d'un câble sous-marin). — Le calcul donne dans cette hypothèse :

$$C = \frac{l.\log e}{2\log\frac{D}{d}} = \frac{l.0,4343}{2\log\frac{D}{d}}.$$

Ce qui précède montre déjà que la capacité d'un condensateur dépend :

1° Des dimensions des surfaces qui reçoivent l'électricité ;

2° De l'épaisseur de la couche non conductrice qui sépare les armatures.

39. *Capacité inductive spécifique.* — Une troisième circonstance influe sur la capacité. Si au lieu d'une couche d'air, on met entre les deux armatures d'un condensateur un autre diélectrique, l'expérience prouve que la capacité de l'appareil varie.

Soient deux condensateurs, l'un M ayant de l'air pour isolant, l'autre N dont l'isolant est une autre substance ; supposons les deux condensateurs identiques de dimensions et de forme : *On appelle capacité inductive spécifique de la substance isolante de* N *le rapport de la capacité de* N *à la capacité de* M.

Si nous désignons par K la capacité inductive spécifique de la couche isolante, les formules précédentes (36, 37, 38) deviennent dans le cas d'un isolant quelconque :

$$C = K \cdot \frac{S}{2\pi e},$$

$$C = K\frac{l.0,4343}{2\log\frac{D}{d}}.$$

Capacités inductives spécifiques de quelques isolants.

Air sec	1	Gomme laque	1,95
Résine	1,7	Paraffine	1,98
Poix	1,80	Caoutchouc	2,8
Cire	1,86	Gutta-percha	4,2
Verre	1,90	Mica	5
Soufre	1,93		

40. ***Capacité d'un ensemble de conducteurs*** — Considérons plusieurs conducteurs dont les capacités électriques sont C, C′, C″..., et supposons les chargés au ***même*** potentiel V de quantités Q, Q′, Q″...; réunissons tous ces conducteurs par des fils métalliques fins dont la capacité est négligeable, et disposons les conducteurs de manière qu'ils n'exercent pas d'induction les uns sur les autres; il n'y aura dans ce système ainsi formé aucun mouvement électrique, puisque les potentiels sont égaux en tous ses points, et le système ne formera qu'un seul conducteur chargé de $Q + Q' + Q'' + \ldots$ et dont la capacité C_1 est donnée par la relation :

$$C_1 = \frac{Q + Q' + Q'' + \cdots}{V} = \frac{Q}{V} + \frac{Q'}{V} + \frac{Q''}{V} + \cdots,$$

ou,

$$C_1 = C + C' + C'' + \cdots = \Sigma C.$$

La capacité d'un système de conducteurs est donc égale à la somme des capacités de chacun des conducteurs.

41. ***Potentiel d'un système de conducteurs*** — Soient plusieurs conducteurs dont C, C′, C″... sont les capacités, V, V′, V″... les potentiels, Q, Q′, Q″... les charges, et réunissons-les comme dans le cas précédent. Il y aura mouvement électrique, le système se mettra au potentiel commun V_1, et l'on aura en désignant par Q_1 la charge totale

$$Q_1 = Q + Q' + Q'' + \cdots,$$

d'où,

$$C_1V_1 = CV + C'V' + C''V'' + \cdots,$$

ou

$$V_1 = \frac{CV + C'V' + C''V'' + \cdots}{C + C' + C'' + \cdots} = \frac{\Sigma CV}{\Sigma C}.$$

Si un seul des conducteurs était chargé primitivement, on aurait :

$$V_1 = \frac{CV}{C + C' + C'' + \cdots} = \frac{CV}{\Sigma C}.$$

42. *Capacité d'un système de condensateurs.* — Ce qui précède est applicable à un système de condensateurs reliés en surface, dont les armatures intérieures sont toutes en communication avec une source électrique au potentiel V, et dont les armatures extérieures sont à la terre.

La capacité d'une batterie de n bouteilles de Leyde de dimensions égales et associées en surface est donc (40)

$$C = n \cdot K \frac{S}{2\pi e}.$$

Nous allons appliquer les notions de capacité et de potentiel au calcul des quantités d'électricité que prennent deux corps chargés que l'on relie métalliquement, et à la mesure des capacités.

43. *Charges de deux conducteurs.* — Soient deux conducteurs A et B dont les charges sont respectivement Q et Q′ et dont les capacités sont C et C′. Réunissons ces corps par un fil métallique très long, afin d'éviter l'influence; les conducteurs se mettent en équilibre électrique, et les sphères seront alors chargées de quantités q et q' que nous allons déterminer. Soit V le potentiel commun du système; on aura :

$$q = CV,$$

$$q' = C'V,$$

d'où,

$$\frac{q}{q'} = \frac{C}{C'},$$

par conséquent,

$$q = \frac{C}{C + C'}(q + q'), \qquad q' = \frac{C'}{C + C'}(q + q');$$

et comme

$$q + q' = Q + Q',$$

on a aussi

$$q = \frac{C}{C + C'}(Q + Q'), \qquad q' = \frac{C'}{C + C'}(Q + Q').$$

44. Si les corps A et B étaient deux sphères de rayons R et R', les formules précédentes deviendraient

$$q = \frac{R}{R + R'}(Q + Q'), \quad q' = \frac{R'}{R + R'}(Q + Q').$$

Les charges des sphères sont donc proportionnelles à leurs rayons.

Si la sphère B était primitivement à l'état neutre, on aurait

$$q = \frac{R}{R + R'}Q, \quad q' = \frac{R'}{R + R'}Q$$

Si $R' = \infty$, on aurait

$$q = 0, \quad q' = Q.$$

Une sphère électrisée étant mise au sol, perd donc toute son électricité.

45. ***Mesure des capacités par l'électromètre de Thomson*** (fig. 4). — Désignons par x la capacité inconnue d'un conducteur A et par C celle de l'électromètre. On charge d'abord les secteurs b et d à l'aide d'une source au potentiel V, et l'on met les secteurs a et c en communication avec la terre; l'électromètre prend une charge CV, et il se produit une déviation α proportionnelle à cette charge, on a donc

$$\alpha = KCV, \tag{1}$$

K étant la constante de l'instrument.

On décharge l'électromètre et l'on charge A au potentiel V; la charge Q de A est

$$Q = xV;$$

on sépare A de la source, et on le met en communication avec les secteurs b et d de l'électromètre, a et c restant au sol. La charge Q se partage entre l'électromètre et le conducteur A; le potentiel commun prend une valeur V_1, la charge de l'électromètre est CV_1, celle du corps xV, et l'on a la relation (41)

$$CV_1 + xV_1 = xV; \tag{2}$$

soit α_1 la nouvelle déviation observée

$$\alpha_1 = KCV_1. \tag{3}$$

De (1) (2) (3) on déduit :

$$\frac{\alpha_1}{\alpha} = \frac{V_1}{V} = \frac{x}{C + x},$$

d'où,

$$x = \frac{C\alpha_1}{\alpha - \alpha_1};$$

si l'on connaît C, cette formule donne x.

Or, pour trouver C, il suffit de refaire l'expérience en remplaçant le conducteur A par une sphère dont le rayon et, par suite, la capacité sont connus.

Mesure de la force condensante. — La force condensante étant le rapport de deux capacités, pourra être mesurée de la même manière, en faisant deux expériences successives.

CHAPITRE II.

GÉNÉRALITÉS SUR LES UNITÉS.

46. ***Relations entre les grandeurs électriques.*** — Désignons par

Q la quantité d'électricité,

I l'intensité du courant ou le courant,

E la force électromotrice ou différence de potentiels,

R la résistance,

C la capacité ;

ces cinq grandeurs sont liées par quatre égalités, traductions algébriques des lois et des définitions que l'on vient de rappeler :

1° *Loi d'Ohm.* — Cette loi exprime que l'intensité du courant est proportionnelle à la force électromotrice et en raison inverse de la résistance totale du circuit. L'on peut donc écrire

$$I = \frac{E}{R}. \qquad (1)$$

2° La quantité d'électricité est égale au produit de l'intensité du courant par le temps T pendant lequel le courant circule dans le circuit, donc

$$Q = IT. \qquad (2)$$

3° *Loi de Joule* — Le travail W (ou la chaleur correspondante) produit par un courant électrique est proportionnel au carré de l'intensité du courant, proportionnel à la résistance totale et proportionnel au temps. On a donc

$$W = I^2 R T, \qquad (3)$$

ou éliminant T et R entre (1), (2), (3),

$$W = QE.$$

4° La définition de la capacité (33) est traduite par l'égalité

$$C = \frac{Q}{E}.$$

Il résulte de là que si l'on définit l'unité de temps, l'unité de travail, et l'unité de l'une quelconque des cinq grandeurs électriques, les autres unités se déduiront de ces relations.

47. *Unités arbitraires.* — Pendant longtemps, les électriciens se sont servis pour mesurer les grandeurs électriques, d'unités arbitraires dépendant uniquement de la commodité de leurs expériences. L'unité de résistance était tantôt une longueur déterminée du fil d'un rhéostat, tantôt une colonne de mercure de dimensions arbitraires. L'unité de courant était définie par la déviation d'une boussole, par le nombre de grammes d'électrolyte décomposé, etc.

Cet état de choses avait pour résultat de rendre difficilement comparables les mesures obtenues par divers expérimentateurs, et de masquer les lois que ces résultats auraient pu faire découvrir, s'ils avaient été rapportés à des unités parfaitement définies et adoptées par tous les électriciens.

Les progrès récents de l'électricité ont rendu indispensable un choix d'unités, et il était important de faire de ces unités un système présentant, comme le système métrique, un caractère d'homogénéité parfaite.

48. *Système absolu.* — Pour former un système absolu d'unités, on choisit certaines unités irréductibles, et on en fait dépendre toutes les autres. C'est ainsi qu'en Géométrie, on fait dépendre les unités de surface et de volume de l'unité de longueur; c'est ainsi que dans la mécanique rationnelle, toutes les unités dépendent de trois unités irréductibles, l'unité de longueur, l'unité de temps et l'unité de force.

49. *Unités fondamentales, unités dérivées.* — Les unités irréductibles sont appelées *unités fondamentales*, et les unités qui dépendent de celles-là sont nommées *unités dérivées.*

Les unités fondamentales adoptées pour constituer le système absolu des mesures électriques, sont : l'unité de longueur, l'unité de masse et l'unité de temps.

50. *Unités fondamentales.* Pour l'unité de temps, la seconde s'imposait naturellement. Gauss et Weber, qui ont introduit dans la science le premier système absolu, avaient choisi, pour unité de longueur, le millimètre et pour unité de masse, la masse d'un corps pesant un milligramme. En 1863, l'Association britannique nomma un comité pour établir un système d'unités électriques ; au bout de huit années de travaux, le comité présenta un système ayant pour point de départ, la seconde, le mètre et le gramme; ce système fut appelé système de l'Association britannique et désigné par la notation B.A. (British Association).

Il est facile de voir que ce système manquait d'uniformité. Le mètre cube étant l'unité de volume, et la masse d'un centimètre cube d'eau étant 1, la masse de l'unité de volume d'eau eût été 1000000. Il était plus avantageux d'adopter le centimètre pour unité de longueur, car l'unité de volume, étant alors le centimètre cube, est représentée par 1 en même temps que l'unité de masse. D'autre part, le centimètre cube étant l'unité de volume, la densité d'un corps quelconque ou sa masse sous l'unité de volume, est représentée par le même nombre que son poids spécifique, c'est-à-dire par le rapport de son poids par unité de volume au poids de l'unité de volume de l'eau.

C'est en tenant compte de ces considérations, qu'en 1873, l'Association Britannique a remplacé le mètre par le centimètre. Le système B.A. ainsi modifié fut adopté définitivement par le congrès des Électriciens réunis à Paris en 1881 (séance du 19 sept.); on le désigne par le symbole C.G.S, abréviation de centimètre-gramme-seconde.

Unités fondamentales C. G. S.

51. ***Temps.*** — ***L'unité de temps dans le système*** **C. G. S.** ***est la seconde sexagésimale.***

Longueur. — ***L'unité de longueur est le centimètre.***

Masse. — ***L'unité de masse est la masse d'un corps qui pèse un gramme.*** On l'appelle la masse du gramme, ou simplement le gramme.

Unités dérivées mécaniques C. G. S.

52. ***Vitesse.*** — ***L'unité de vitesse dans le mouvement uniforme est la vitesse d'un corps qui parcourt un centimètre en une seconde.***

Un corps dont le mouvement est varié a l'unité de vitesse à un instant donné, si à partir de l'instant considéré son mouvement étant devenu uniforme, il parcourrait un centimètre pendant une seconde.

Accélération. — ***L'unité d'accélération est un accroissement de vitesse d'un centimètre par seconde.***

Force. — ***L'unité de force dans le système*** **C. G. S.** ***est la force, qui agissant sur la masse d'un gramme pendant une seconde, lui communique un accroissement de vitesse d'un centimètre.*** Cette unité a été appelée ***dyne.*** Il est facile de calculer la dyne en fonction du gramme : la vitesse de l'unité de masse tombant dans le vide sous la latitude de Paris augmente de $g = 980{,}88$ ou de 981 centimètres par seconde ; pour que l'accélération se réduisit à un centimètre, la force accélératrice devrait être la 981[e] partie du poids de l'unité de masse ou du gramme ; il en résulte que ***la dyne est le*** $\frac{1}{981}$ ***de la force qu'exerce la pesanteur sur l'unité de masse à Paris,*** donc

$$1 \text{ dyne} = \frac{1^{gr}}{981} = \frac{1^{kg}}{981 \cdot 10^3};$$

inversement

$$1^{gr} = 981 \text{ dynes},$$
$$1 \text{ kilogr.} = 981 \cdot 10^3 \text{ dynes}.$$

53. ***Travail.*** — ***L'unité de travail est appelé l'erg; c'est le travail nécessaire pour déplacer un corps d'un centimètre, quand le corps exerce un effort d'une dyne en sens contraire du déplacement :***

Un gramme-mètre = 100 grammes-centimètres,
» = $9{,}81 \cdot 10^4$ ergs.
Un kilogrammètre = 1000 · 100 grammes-centimètres,
» = $9{,}81 \cdot 10^7$ ergs.
Un cheval vapeur = 75 kilogrammètres,
» = $75 \cdot 9{,}81 \cdot 10^7 = 7{,}36 \cdot 10^9$ ergs.

La dyne et l'erg sont des grandeurs excessivement petites, aussi a-t-on adopté l'usage de multiples de ces quantités; la ***mégadyne*** vaut un million de dynes, et le ***megerg*** ou ***megaerg*** vaut un million de ergs.

Un kilogramme = $981 \cdot 10^3$ dynes,
» = $981 \cdot 10^{-3}$ mégadynes.
Un kilogrammètre = $9{,}81 \cdot 10^7$ ergs,
» = 98,1 megergs.
Un cheval-vapeur = $7{,}36 \cdot 10^3$ megergs.

54. ***Énergie électrique.*** — Pour soulever à une hauteur H un poids P qui repose sur le sol, il faut faire un travail PH, ou dépenser un nombre de calories $\frac{PH}{424}$. Arrivé à la hauteur H, le corps se trouve dans un état particulier : il a la propriété de restituer le travail dépensé quand il tombe de la hauteur H sur le sol; pour caractériser cet état, on dit que le poids a de ***l'énergie potentielle.***

Pour charger un conducteur isolé ou un condensateur, il faut aussi dépenser du travail; ce travail est mécanique, si on produit la charge au moyen d'une machine à plateau; il est chimique lorsque l'électricité

est fournie par une pile. Quand le condensateur est chargé, il possède de l'énergie potentielle qu'on appelle *énergie électrique*; pendant la décharge, cette énergie se transforme en travail, en chaleur, en lumière; de sorte que le travail consommé pour élever le corps à un potentiel déterminé, se retrouve dans le travail que les masses électriques effectuent quand le potentiel revient à zéro.

55. *Unité d'énergie électrique.* — L'unité d'énergie est la même que l'unité de travail, puisque l'énergie est représentée par le travail produit dans la décharge; donc *l'unité d'énergie électrique est l'erg.*

56. *Unité de chaleur.* — *L'unité de chaleur, dans le système* C. G. S., *est la quantité de chaleur nécessaire pour élever la température d'un centimètre cube d'eau d'un degré centigrade.*

On appelle cette unité la *calorie :* il est avantageux, de faire suivre ce mot de la désignation C.G.S. ou (gramme-degré), afin d'éviter la confusion avec la calorie des ingénieurs (kilogramme-degré).

L'équivalent mécanique d'une calorie (kilogramme-degré) étant de 424 kilogrammètres, celui d'une calorie C.G.S. est de 0,424 kilogrammètres; et comme un kilogrammètre équivaut à $9,81 \times 10^7$ ergs (53), il en résulte que l'équivalent mécanique de la calorie C.G.S. est :

$$0,424 \cdot 9,81 \cdot 10^7 = 42 \cdot 10^6 \text{ ergs.}$$

Pour obtenir le nombre de calories C.G.S. correspondant à un nombre d'ergs déterminé, il faut diviser ce nombre par $42. 10^6$.

57. *Calcul de l'énergie d'un conducteur.* — Soit un conducteur de capacité C, chargé au potentiel v par une quantité q d'électricité; pour augmenter sa charge de dq, il faut amener de l'infini ou du sol, jusque sur le conducteur une quantité dq d'électricité; or, pour amener l'unité d'électricité au point où le potentiel est v, il faut dépenser un travail v (18); le travail exigé par le transport de dq est donc vdq.

Désignant par w l'énergie à l'instant ou le potentiel est v, l'accroissement d'énergie dw résultant de l'augmentation de charge sera

$$dw = vdq = \frac{qdq}{C}.$$

Supposons que la charge passe de Q_0 à Q, l'accroissement d'énergie $W - W_0$ correspondant sera

$$W - W_0 = \frac{1}{C}\int_{Q_0}^{Q} qdq = \frac{1}{2C}(Q^2 - Q_0^2);$$

si $Q_0 = 0$, on a $W_0 = 0$, car l'énergie est nulle s'il n'y a pas d'électricité, et par conséquent :

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CV^2}{2} = \frac{1}{2}QV.$$

L'énergie électrique d'un conducteur est donc proportionnelle au carré de sa charge ou au carré du potentiel.

58. *Énergie d'une batterie électrique.* — Nous avons trouvé pour la capacité d'une batterie de n jarres (42)

$$C = \frac{KnS}{4\pi e}.$$

Remplaçant C par sa valeur dans l'expression de l'énergie, on trouve

$$W = \frac{CV^2}{2} = \frac{KnSV^2}{8\pi e}.$$

Unités dérivées électriques.

59. *Différents systèmes d'unités électriques.* — Les unités électriques constituent trois systèmes distincts suivant la loi adoptée pour définir l'unité de l'une des cinq grandeurs électriques. C'est ainsi qu'on peut définir : 1° l'unité de quantité au moyen des lois de Coulomb, 2° l'unité de courant au moyen de la formule qui exprime l'action d'un élément de courant sur un pôle magnétique, 3° l'unité de courant au moyen de la

formule électrodynamique d'Ampère, formule qui exprime l'action mutuelle de deux éléments de courant. De là trois systèmes absolus dans lesquels les unités dérivent des unités fondamentales de manières différentes; on leur a donné les noms de système *électrostatique*, système *électromagnétique* et système *éloctrodynamique* ; nous ne nous occuperons que des deux premiers qui offrent seuls une importance pratique.

CHAPITRE III.

SYSTÈME D'UNITÉS ÉLECTROSTATIQUES.

§ 1. DÉFINITIONS DES UNITÉS.

60. *Unité de quantité.* — Soient q et q' deux masses électriques de dimensions très petites par rapport à leur distence, r leur distance et f leur action mutuelle, ces quantités sont reliées par la formule qui exprime les lois énoncées au n° 6 :

$$f = \frac{qq'}{r^2};$$

si $q = q'$, on a

$$f = \frac{q^2}{r^2},$$

et si l'on fait $r = 1$, $f = 1$, on a $q = 1$; donc, l'unité de quantité d'électricité est celle qui exerce sur une quantité égale, placée à l'unité de distance, une force égale à l'unité.

Dans le système C.G.S. *l'unité de quantité d'électricité est celle qui exerce sur une quantité égale, placée à la distance d'un centimètre, une force égale à une dyne.*

61. *Unité de courant.* — L'intensité d'un courant est proportionnelle à la quantité d'électricité qui passe à travers la section d'un conducteur pendant un temps donné (26).

L'unité de courant est donc le courant qui laisse passer l'unité de quantité pendant l'unité de temps.

Dans le système C. G. S., *l'unité de courant est le courant qui laisse écouler l'unité* C. G. S. *de quantité pendant une seconde à travers une section d'un fil conducteur.*

62. *Unité de potentiel.* — La définition algébrique (10) du potentiel est $V = \frac{q}{r}$; si $q = 1$ et $r = 1$, on a aussi $V = 1$, donc : *l'unité* C.G.S. *de potentiel est le potentiel produit à la distance d'un centimètre par l'unité* C.G.S. *de quantité d'électricité.*

L'unité peut encore être définie, en prenant pour point de départ la définition mécanique (18) du potentiel :

L'unité de potentiel existe sur un conducteur, quand le travail correspondant au passage de l'unité d'électricité positive, de l'infini ou du sol à ce conducteur, est égal à l'unité.

L'unité C. G. S. *de potentiel d'un conducteur correspond à un travail d'un erg, quand l'unité* C.G.S. *de quantité positive passe de l'infini ou du sol sur ce conducteur.*

L'unité C.G.S. *de force électromotrice ou de différence de potentiels existe entre deux points, quand l'unité* C.G.S. *d'électricité positive consomme ou produit un erg, en passant de l'un des points considérés à l'autre.*

63. La définition expérimentale du potentiel (20) conduit à la définition suivante de l'unité :

L'unité C.G.S. *de potentiel est le potentiel d'un conducteur qui communique l'unité* C.G.S. *de quantité à une sphère d'un centimètre de rayon, reliée métalliquement au conducteur et soustraite à l'influence directe.*

64. *Unité de résistance.* – L'unité de résistance est définie par la loi de Ohm

$$R = \frac{E}{I}.$$

Pour $E = 1$, et $I = 1$, on a $R = 1$; donc, l'unité de résistance est celle d'un fil conducteur dont une section est traversée par l'unité

d'électricité pendant l'unité de temps, quand la différence des potentiels aux extrémités du fil est égale à l'unité.

Dans le système C.G.S., *l'unité de résistance est la résistance d'un fil conducteur dont la section est traversée par l'unité* C. G. S. *de quantité pendant une seconde, lorsque la différence des potentiels à ses extrémités est égale à l'unité* C.G.S. *de potentiel.*

65. *Unité de capacité.* — L'unité de capacité est la capacité d'un conducteur dont le potentiel est égal à l'unité lorsque sa charge électrique est aussi égale à l'unité.

Comme la capacité d'une sphère est exprimée par le même nombre que son rayon, on peut dire : *l'unité* C.G.S. *de capacité est la capacité d'une sphère dont le rayon est égal à un centimètre.*

66. *Électromètre absolu de M. W. Thomson.* — Cet appareil sert à mesurer la différence des potentiels de deux corps électrisés, les potentiels

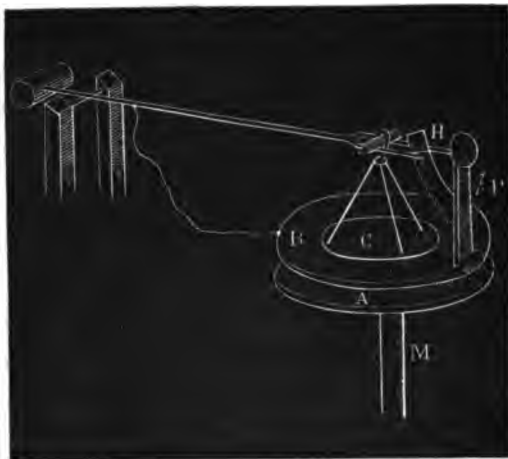


Fig. 10.

étant rapportés à l'unité définie au n° 20. Voici les parties essentielles de l'appareil (1) (fig. 10).

---

(1) Voir, pour les détails, le *Traité expérimental d'électricité et de magnétisme*, par Gordon, tome I, p. 86 et suivantes.

Un disque de métal A horizontal et isolé peut être élevé ou abaissé à l'aide d'une vis micrométrique M; un plateau métallique B, évidé au centre et nommé plateau de garde, est maintenu fixe au-dessus du premier; il porte une loupe fixée sur un support P, et au foyer de la loupe se trouve une plaque percée de deux petits trous situés sur une verticale.

Un disque C est suspendu par trois fils conducteurs à l'extrémité d'un levier en métal qui est en communication électrique avec le plateau B. Le disque passe à travers l'anneau B, et lorsque l'anneau et le plateau C sont dans le même plan, un cheveu tendu horizontalement entre les dents d'une fourche H qui termine le fléau se voit à travers la loupe entre les deux trous qui sont très voisins.

Pour mesurer la différence des potentiels $V_1 - V_2$ de deux corps électrisés, on opère de la manière suivante :

Les plateaux A et B étant à l'état neutre, on met sur le plateau C un poids connu p, et à l'aide d'un cavalier posé sur le levier, on met le cheveu entre ses repères; ensuite on ôte le poids p et le levier vient buter contre un arrêt convenablement placé. Cela posé, on met le plateau A à un potentiel constant, en le reliant, par exemple, au pôle négatif d'une pile isolée dont l'autre pôle communique avec le sol; on fait ensuite communiquer le plateau B avec le corps au potentiel V_1; une attraction s'exerce alors entre les plateaux A et C, et on soulève le plateau A au moyen de la vis micrométrique jusqu'à ce que le cheveu soit entre ses repères; l'attraction est alors égale au poids p. Si V est le potentiel du plateau A, d la distance des deux plateaux et S la surface du disque C, on a

$$V - V_1 = d\sqrt{\frac{8\pi p}{S}}\text{ (1)}.$$

On recommence ensuite l'expérience, en faisant communiquer le plateau C avec le corps au potentiel V_2; soit d' la nouvelle distance des deux plateaux, on a encore

$$V - V_2 = d'\sqrt{\frac{8\pi p}{S}},$$

(1) Pour la démonstration, voir les *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, par Mascart, page 81.

ou, en retranchant

$$V_1 - V_2 = (d' - d)\sqrt{\frac{8\pi p}{S}};$$

dès lors, la différence des potentiels est connue, puisque $d' - d$ est le déplacement du plateau A, déplacement mesuré exactement par la vis micrométrique.

Si l'on veut connaître le potentiel V_1 d'un corps électrisé, ou, ce qui revient au même, la différence entre le potentiel de ce corps et celui de la terre, on fera les mêmes expériences, en remplaçant le corps au potentiel V_2 par le sol. L'on aura encore

$$V_1 = (d' - d)\sqrt{\frac{8\pi p}{S}} = D\sqrt{\frac{8\pi p}{S}}.$$

Dans les calculs numériques, on ne doit pas perdre de vue que pour obtenir la valeur de $V_1 - V_2$ ou de V_1 en unités C.G.S. de potentiel, on doit exprimer $d' - d$ en centimètres, p en dynes et S en centimètres carrés.

§ 2. APPLICATIONS NUMÉRIQUES(1).

67. ***Potentiel d'un élément Daniell.*** — Pour cette détermination, Thomson s'est servi de l'électromètre absolu. Le disque C (fig. 10) était mis en communication avec le pôle d'une pile de 1000 éléments Daniell ; il fallut un poids de 0,057 grammes par centimètre carré pour établir l'équilibre, les disques A et C étant à une distance de 1 millimètre. Faisant dans la relation

$$V = D\sqrt{\frac{8\pi p}{S}},$$

$$S = 1, \quad p = 0{,}057 \cdot 981, \quad \pi = 3{,}1416, \quad D = 0{,}1,$$

---

(1) Ces applications sont empruntées aux notes que M. Raynaud a ajoutées à sa traduction du *Traité expérimental d'électricité et de magnétisme* de Gordon.

on a en unités C. G. S.,

$$V = 0,1\sqrt{8 \cdot 3,1416 \cdot 0,057 \cdot 981} = 3,74.$$

Le potentiel d'un des éléments Daniell, employé par Thomson, est donc 0,00374.

68. *Charge que peut communiquer la pile précédente à un conducteur isolé.* — Soit une sphère conductrice isolée d'un centimètre de diamètre; si elle est électrisée par 1000 éléments Daniell, elle prend une charge donnée par la formule

$$q = CV\,;$$

faisant

$$C = 0,5, \quad V = 3,74,$$

on trouve

$$q = 1,87 \text{ unités d'électricité C.G.S.}$$

69. *Force exercée sur une charge égale.* — La sphère chargée repousserait une boule de même diamètre, portant la même charge et placée à un mètre de distance, avec une force donnée par la formule

$$f = \frac{q^2}{d^2}.$$

Si l'on fait $q = 1,87$, $d = 100$, on trouve :

$$f = \frac{\overline{1,87}^2}{10000} = 0^{\text{dyne}},00035,$$

et en grammes,

$$f = \frac{0,00035}{981},$$

ou, approximativement, en écrivant 1000 au lieu de 981,

$$f = 0^{\text{gr}},00000035.$$

70. *Potentiel des machines.* — D'après Thomson, les machines à frottement, donnant des étincelles de 30 centimètres de longueur, ont un potentiel équivalent à celui d'une pile de 80000 à 100000 éléments Daniell. Adoptant 80000, le potentiel d'une telle machine serait donc

$$0,00374 \,.\, 80000 = 300 \text{ environ.}$$

71. ***Charge communiquée par la machine à une sphère d'un centimètre de diamètre.***

On a

$$q = 0{,}5 \cdot 300 = 150 \text{ unités C.G.S.}$$

72. ***Force exercée sur une charge égale.*** — Supposons une charge égale placée à un mètre de distance, la force est

$$f = \frac{\overline{150}^2}{10000} = 2{,}25 \text{ dynes}$$

ou

$$f = 2{,}25 : 1000 = 0{,}00225 \text{ grammes.}$$

73. ***Charge d'un condensateur à air.*** — Soit un condensateur à air de 1 mètre carré, composé de deux plateaux maintenus à un millimètre de distance, électrisé par 1000 éléments Daniell; faisant $V = 3{,}47$, $S = 10000$, $d = 0{,}1$ dans la formule

$$Q = CV = \frac{S}{4\,\pi d} V,$$

il vient

$$Q = \frac{10000 \cdot 3{,}74}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1} = 2976 \text{ unités C.G.S.}$$

Si l'air était remplacé par de la gutta-percha, substance pour laquelle $K = 4{,}2$ (39), on aurait

$$Q = 2976 \cdot 4{,}2 = 12499 \text{ unités C.G.S.}$$

74. ***Capacité d'un câble.*** — La capacité d'un mille marin (1852 mètres) d'un câble atlantique dont le rapport des diamètres de la gutta-percha et du conducteur en cuivre est 2,8, s'obtient en faisant dans la formule (39)

$$C = K \frac{l \cdot 0{,}4343}{2\, log \frac{D}{d}},$$

$$l = 185200, \frac{D}{d} = 2{,}8,\ K = 4{,}2;$$

la substitution donne

$$C = \frac{185200 \cdot 0{,}4343 \cdot 4{,}2}{2 \, log \, 2{,}8} = 377000 \text{ unités C.G.S.}$$

Calculons la surface qu'il faudrait donner à un condensateur plan de même capacité. Supposons l'appareil formé de lames d'étain séparées par du papier paraffiné d'un tiers de mm. d'épaisseur, et faisons $K = 2$. La surface S doit satisfaire à la condition :

$$\frac{S}{4\pi \cdot 0{,}033} \cdot 2 = 377000\,;$$

d'où,

$$S = 77600 \text{ c. carrés} = 7^{mc}{,}76.$$

75. ***Énergie d'une batterie.*** — Soit une batterie de 10 jarres dont la hauteur est de 40 centimètres, le diamètre de 25 centimètres, et l'épaisseur du verre de 2^{mm}; adoptons pour coëfficient du verre $K = 1{,}8$, et chargeons la batterie au potentiel 300 au moyen d'une machine électrique. Pour calculer l'énergie, nous ferons dans la formule

$$W = n \frac{KV^2S}{8\pi e},$$

$$n = 10, \quad K = 1{,}8, \quad V = 300, \quad e = 0{,}2, \quad S = \pi \cdot 40 \cdot 25,$$

il vient

$$W = \frac{10 \cdot 1{,}8 \cdot \overline{300}^2 \cdot \pi \cdot 40 \cdot 25}{8\pi \cdot 0{,}2.} = 102 \cdot 10^7 \text{ ergs.}$$

76. ***Calcul de la chaleur dégagée par la décharge.*** — Supposons que la décharge ait lieu dans des conditions telles que tout le travail soit transformé en chaleur. On obtient le nombre de calories C.G.S. dégagées en divisant le nombre d'ergs par $42 \cdot 10^6$, ce qui donne

$$\frac{102 \cdot 10^7}{42 \cdot 10^6} = 24^{cal}{,}3 \text{ (gramme-degré).}$$

Faisons passer la décharge dans un fil de fer de $\frac{2}{10}$ millim. de diamètre et de 100 centimètres de longueur, dont le poids est $0^{gr}{,}2512$; comme la

quantité de chaleur nécessaire pour élever de 1° centigrade un gramme de fer est $0^{cal},114$, le fil de fer est porté par la décharge à une température de

$$\frac{24,3}{0,2512 \cdot 0,114} = 848^{\circ}.$$

Calculons la longueur du fil de fer que cette décharge pourrait fondre : soient l cette longueur, q la quantité de chaleur de la décharge, c le calorique spécifique du fer ($c = 0,114$) et adoptons pour point de fusion de ce métal 1500°, on aura

$$q = lc \cdot 1500 \quad \text{et} \quad q = 100 \cdot c \cdot 848$$

d'où, en divisant,

$$\frac{l \cdot 1500}{100 \cdot 848} = 1 ;$$

d'où,

$$l = 56 \text{ centimètres.}$$

Telle est la longueur d'un fil de fer de $\frac{2}{10}$ mm. de diamètre que pourrait fondre la décharge d'une batterie de 10 bouteilles chargée par une machine de 30 centimètres d'étincelle, si toutefois la décharge entière était employée à la fusion du fil.

CHAPITRE IV.

NOTIONS DE MAGNÉTISME ET D'ÉLECTROMAGNÉTISME.

§ 1. MAGNÉTISME.

77. *Champ magnétique.* — L'observation apprend qu'un aimant fixe a la propriété de placer dans une position déterminée l'axe d'un autre aimant librement suspendu par son centre de gravité. L'espace dans lequel se fait sentir cette action directrice de l'aimant fixe s'appelle le *champ magnétique* de l'aimant. La terre produit aussi un champ électrique, puisqu'elle dirige un aimant quelconque suspendu en un point de sa surface ; mais les forces qui émanent de la terre sont sensiblement constantes et parallèles dans un espace dont les dimensions sont très petites par rapport à celles du globe. On dit, pour ce motif, que le champ magnétique de la terre est *uniforme.*

78. *Lignes de force.* — On appelle ligne de force d'un champ magnétique, la ligne suivant laquelle tend à se déplacer un pôle d'aimant placé en un point du champ. C'est donc une ligne tangente en chacun de ses points, à la direction de la force attractive ou répulsive qui sollicite un pôle placé en ce point. La direction d'une ligne de force en un point du champ se trouve indiquée par la position d'équilibre d'une petite aiguille aimantée suspendue par son centre de gravité au point considéré; dans le champ uniforme de la terre, les lignes de force sont parallèles à l'axe de l'aiguille d'inclinaison.

Par l'expérience connue du spectre magnétique, on matérialise les lignes de force d'une façon saisissante : au dessus du pôle d'un aimant, on place une feuille de papier sur laquelle on répand de la limaille de fer au moyen d'un tamis; chaque parcelle de limaille s'aimante par influence, et s'oriente au point où elle est tombée, de manière à présenter sa plus grande longueur dans la direction de l'action qui la sollicite; la limaille se dispose ainsi en chaînes continues, représentant la distribution des lignes de force dans le plan de la feuille de papier; en changeant la position de ce plan par rapport à l'aimant, on étudie ces lignes dans toute l'étendue du champ magnétique. Le spectre magnétique permet de constater que les lignes de force sont le plus resserrées dans les régions du champ où l'action est la plus intense.

Quand le pôle magnétique peut être considéré comme se réduisant à un point, les lignes de force sont des droites passant par ce pôle.

79. *Intensité du champ magnétique.* — L'intensité d'un champ magnétique en un point est la grandeur de la force qui agit sur un pôle déterminé placé en ce point. Pour se rendre compte de l'intensité du champ magnétique, on a recours à une représentation géométrique due à Faraday: ce physicien considère le champ comme un espace traversé par des lignes de force et d'autant plus nombreuses dans une région donnée que l'intensité du champ y est plus considérable. Si l'on imagine, par exemple, un millimètre carré placé normalement aux lignes de force, en un point où la force agissant sur un pôle déterminé est égale à l'unité, on admettra que cette petite aire n'est traversée que par une seule ligne de force; tandis que si la force agissant sur le même pôle en un autre point du champ était égale à n unités, le millimètre carré placé en ce point serait traversé par n lignes. Dans le champ uniforme de la terre, on doit considérer toutes les lignes de force comme équidistantes, de sorte que des aires égales et également inclinées sur la direction commune des lignes de force sont traversées par un même nombre de lignes.

80. *Quantité de magnétisme.* — Les phénomènes électriques et magnétiques offrent une certaine analogie; les pôles des aimants exercent des

attractions et des répulsions sur les pôles d'autres aimants; le magnétisme, de même que l'électricité, se manifeste de deux manières différentes; un pôle magnétique repousse un pôle de même nom et attire un pôle de nom contraire; de plus, quand on replie un aimant de manière à réunir ses deux pôles, ceux-ci n'exercent plus ni attraction ni répulsion, les magnétismes des deux pôles *sont égaux et de signes contraires, leur somme est zéro.*

Malheureusement, l'analogie est incomplète; on ne connait pas de phénomènes qui permettent de fractionner le magnétisme d'un pôle, ou d'accumuler sur un même pôle les magnétismes d'autres aimants. Cependant il est permis de traiter le magnétisme comme une quantité : soient en effet, n aiguilles minces en acier, égales en poids et en grandeur, et aimantées dans les mêmes conditions, de façon à être aussi identiques que possible au point de vue de leurs propriétés magnétiques. Quand on disposera ces aiguilles en un faisceau, les pôles de même nom étant réunis, on pourra regarder l'ensemble comme un aimant unique, et dire que le pôle de ce nouvel aimant renferme n fois plus de magnétisme que le pôle de l'une des aiguilles.

D'autre part, si l'on fait agir le pôle de ce faisceau de n aiguilles sur un autre pôle, on constate que l'action exercée est proportionnelle au nombre n d'aiguilles qui composent le faisceau.

On conçoit dès lors, que pour mesurer les quantités de magnétisme qui résident aux pôles de différents aimants, il suffira, comme on le fait pour les quantités d'électricité, de mesurer les forces que ces pôles exercent à égale distance sur un pôle déterminé.

81. *Lois des forces magnétiques.* — Les recherches de Coulomb ont prouvé que *les attractions et les répulsions de deux pôles magnétiques varient en raison inverse du carré de leur distance;* on admet aussi que *la force magnétique est proportionnelle au produit des quantités de magnétisme qui existent aux pôles.*

Si donc on désigne par M et M′ les quantités de magnétisme, par r

la distance des deux pôles et par F la force, on aura la relation

$$F = \frac{MM'}{r^2}.$$

82. *Définitions.* — *Unité de quantité de magnétisme.* — Cette unité se déduit de la relation précédente : c'est la quantité de magnétisme qui doit exister sur un pôle, pour que celui-ci, en agissant à l'unité de distance sur un pôle égal, le repousse avec une force égale à l'unité.

Dans le système C.G.S., *l'unité de magnétisme est la quantité qui repousse une quantité égale avec une force d'une dyne.*

Moment magnétique. — Le moment d'un barreau aimanté est le produit de la quantité de magnétisme de chacun de ses pôles par la distance de ces pôles.

L'unité de moment C.G.S. *est le moment d'un barreau dont la longueur est de* 1 *centimètre, et dont la quantité de magnétisme de chaque pôle est égale à l'unité* C.G.S. *de quantité.*

Plus généralement, *le moment d'un barreau est égal à l'unité* C.G.S., *quand le produit de la quantité de magnétisme (en unités* C.G.S.) *par la longueur (en centimètres) est égal à* 1.

83. *Action de la terre sur un barreau aimanté* — L'action de la terre sur le pôle A d'un barreau aimanté AB peut être décomposée (fig. 11) en deux forces, l'une horizontale, l'autre verticale ; ces composantes étant déterminées, on en déduit par la règle du parallélogramme des forces l'intensité totale de l'action. On peut aussi se borner à évaluer la composante horizontale, si l'inclinaison est connue ; en effet, soient φ l'action horizontale que la terre exerce sur l'unité de magnétisme qui existe au pôle A ; I l'intensité totale de la force sur l'unité de magnétisme, et α l'inclinaison ; on déduit de la figure la relation

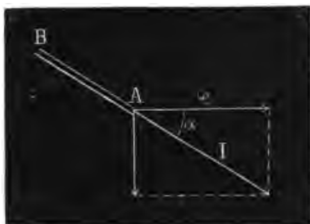


Fig. 11.

$$I = \frac{\varphi}{\cos \alpha},$$

il importe donc de connaître φ.

La méthode suivante, due à Gauss, permet de déterminer cet élément en même temps que le nombre d'unités de magnétisme concentrées au pôle d'un barreau aimanté.

84. 1° Soit un barreau aimanté ab de longueur $2l$, ayant à l'un de ses pôles q unités de magnétisme. Suspendons ce barreau de manière qu'il puisse tourner librement dans un plan horizontal; l'aimant oscillera de part et d'autre du méridien magnétique sous l'influence de l'action directrice de la terre, action dont la valeur est φq; comme cette force est constante en grandeur et direction, la loi des oscillations de l'aimant sera la même que celle du pendule. Or, si nous appelons T la durée de n oscillations, Ω le moment d'inertie d'un pendule, P son poids, d la distance du centre de gravité à l'axe de suspension, la formule du pendule est

$$T = n\pi\sqrt{\frac{\Omega}{Pd}};$$

pour appliquer cette relation aux oscillations de l'aiguille, il suffira de remplacer le moment Pd par le produit φql de la force φq par la demi-longueur de l'aimant oscillant, et l'on aura

$$T = n\pi\sqrt{\frac{\Omega}{\varphi ql}},$$

d'où,

$$\varphi q = \frac{\Omega\pi^2 n^2}{T^2 l}.$$

La quantité Ω est connue, car elle ne dépend que des dimensions du barreau, elle peut donc être calculée; les quantités, n, l, T sont déterminées par l'expérience; donc, si l'on appelle a un nombre connu, on a entre φ et q la relation

$$\varphi q = a. \tag{1}$$

2° Pour trouver une autre relation entre φ et q, on prend un second aimant AB (fig. 12) dont la quantité de magnétisme sur un des pôles est m,

et on le suspend à la place du barreau ab ; sous l'action de la terre, AB se dirige dans le méridien magnétique MM'. On place ensuite dans le

Fig. 12.

même plan horizontal le barreau ab que l'on a fait osciller dans la première expérience, et l'on dispose son axe perpendiculairement à AB et de façon qu'il passe par son centre. Soient 2L la longueur de AB, R, d, d', les distances Cc, aA et bA (la longueur R est très grande par rapport à l et L); les pôles de ab agiront sur ceux de AB : a exerce sur A une force répulsive $AF = \frac{qm}{d^2}$ (81), dont la composante AD perpendiculaire à AB est :

$$AD = \frac{qm}{d^2} \cos FAD \quad \text{ou} \quad AD = \frac{qm(R-l)}{d^3};$$

b exerce sur A une force attractive $AF' = \frac{qm}{d'^2}$, dont la composante AD', perpendiculaire à AB, est :

$$AD' = \frac{qm}{d'^2} \cos D'AF' \quad \text{ou} \quad AD' = \frac{qm(R+l)}{d'^3};$$

la force totale en A perpendiculaire à AB est donc

$$AD - AD' = qm\left[\frac{R-l}{d^3} - \frac{R+l}{d'^3}\right].$$

Or,

$$d = \sqrt{(R-l)^2 + L^2}, \qquad d' = \sqrt{(R+l)^2 + L^2},$$

d'où l'on déduit pour la composante AD — AD' que nous nommerons Y,

$$Y = qm\left\{\frac{R-l}{[(R-l)^2+L^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{R+l}{[(R+l)^2+L^2]^{\frac{3}{2}}}\right\},$$

cette formule devient, en négligeant l et L à côté de R,

$$Y = \frac{4qml}{R^3}.$$

Sous l'action de cette composante, le barreau AB dévie jusqu'à ce que la composante Y fasse équilibre à l'action X de la terre; condition qui est satisfaite quand la résultante de X et Y (fig. 13) agit suivant le

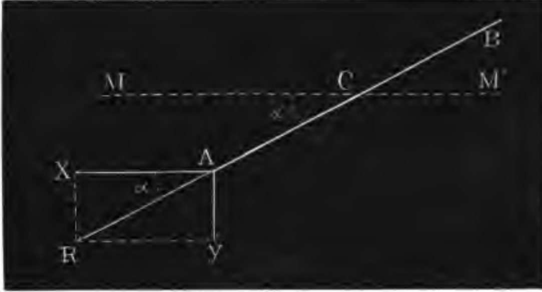


Fig. 13.

prolongement du barreau; α étant la déviation, on aura alors entre X et Y la relation

$$Y = X \operatorname{tg} \alpha$$

que l'on déduit du triangle ARX. Or,

$$X = m\varphi,$$

d'où, après substitution :

$$\frac{4qml}{R^3} = m\,\varphi \operatorname{tg} \alpha,$$

ou,

$$\frac{q}{\varphi} = \frac{R^3 \operatorname{tg} \alpha}{4l};$$

on remarquera que cette relation est indépendante de la quantité m de magnétisme du barreau AB.

Les quantités R, α, l sont mesurées ; si donc b est une quantité connue, on aura

$$\frac{q}{\varphi} = b. \qquad (2)$$

Des relations (1) et (2) on déduit

$$q = ab \quad \text{et} \quad \varphi = \sqrt{\frac{a}{b}}.$$

Si, dans le calcul numérique, on adopte pour unité de longueur le centimètre, la force φ sera exprimée en dynes et q en unités C.G.S. de magnétisme.

Les instruments qui permettent d'exécuter avec précision les diverses expériences nécessaires pour la détermination de φ et q sont appelés *Magnétomètres*(1). Ces instruments sont construits avec beaucoup de soin ; les résultats définitifs sont déduits d'un grand nombre d'expériences, et dans les observations des temps et des déviations, on se sert des moyens ingénieux et précis que la science moderne met à la disposition de l'expérimentateur.

85. La force φ varie aux divers points de la terre, elle est soumise à des variations séculaires, annuelles et diurnes. A Paris, elle était 0,192 en 1870; 0,19324 en janvier 1876 et la moyenne de 1876-77 était 0,19335.

A Greenwich, elle était 0,1716 en 1848; de 0,1776 en 1867, et à Kew de 0.1797 en 1879.

§ 2. ÉLECTROMAGNÉTISME

86. *Action d'un courant sur un pôle d'aimant. Règle d'Ampère.* — L'expérience d'Œrsted (1820) apprend qu'un courant électrique circulant dans un fil rectiligne exerce sur le pôle d'un aimant une action normale

(1) Voir pour la description détaillée le *Traité expérimental d'électricité et de magnétisme*, par Gordon, planches XII et XIII, tome 1.

au plan passant par le fil et le pôle, de sorte que le pôle tend à tourner autour du fil. Le sens du déplacement est déterminé par la règle d'Ampère : *pour un observateur placé le long du fil, de telle manière qu'il regarde le pôle, et que le courant soit dirigé de ses pieds vers sa tête*(1), *un pôle nord tourne de droite à gauche et un pôle sud de gauche à droite.*

Il résulte de ce qui précède qu'un courant rectiligne produit un champ magnétique dont les lignes de force sont des circonférences concentriques au fil et perpendiculaires à sa direction.

87. *Loi des courants sinueux.* — L'action d'un courant sinueux sur un aimant est identique à celle qu'exerce un courant rectiligne ayant les mêmes extrémités, pourvu que le courant sinueux s'écarte peu de l'autre. On se sert de cette propriété pour remplacer un courant élémentaire par d'autres courants élémentaires formant un polygone ayant les mêmes extrémités que l'élément de courant considéré.

88. *Force électromagnétique.* — Un courant rectiligne de longueur élémentaire agit sur un pôle dans le même sens qu'un courant rectiligne de longueur finie. La force f qu'il exerce sur un pôle est proportionnelle à sa longueur dl, ainsi qu'au sinus de l'angle α que la direction de l'élément fait avec la droite qui unit l'élément au pôle; elle est proportionnelle à l'intensité I du courant et proportionnelle à la quantité q de magnétisme du pôle; enfin elle varie en raison inverse du carré de la distance du pôle à l'élément (2); l'expression de cette force est donc :

$$f = \frac{q \, I \, dl \sin \alpha}{r^2}. \qquad (1)$$

On l'appelle *force électromagnétique.*

---

(1) Le courant étant personnifié par cette convention, on emploie sans ambiguité, les expressions *droite du courant* et *gauche du courant.*

(2) Ces lois dues à Laplace, ont été vérifiées expérimentalement par Biot et Savart. *Ann. de phys et de ch.* 2e série, 1820, t. XV.

89. *Action d'un pôle sur un courant.* — Supposons que le pôle soit fixe et le courant mobile ; en vertu du principe de l'action et de la réaction, chaque élément du courant sera à son tour sollicité au mouvement par une force égale à f et de sens contraire. Il tendra à se déplacer perpendiculairement au plan déterminé par sa propre direction et par celle de la ligne de force magnétique qui passe par la position qu'il occupe.

Si l'élément est dirigé suivant la ligne de force, il ne tend pas à se déplacer, car l'angle α étant nul, il en est de même de la force f.

90. *Application au champ de la terre.* — Dans le champ de la terre, tout élément de courant tend à se mouvoir perpendiculairement au plan déterminé par l'élément et la direction du méridien magnétique.



Fig. 14.

Si un courant parcourt de bas en haut (courant ascendant) un fil rectiligne mobile, de longueur élémentaire ou finie et disposé de façon à rester vertical, celui-ci se déplacera de l'est vers l'ouest; le déplacement se fera en sens contraire, quand le courant est dirigé de haut en bas (courant descendant) (1).

Imaginons un fil conducteur courbé en cercle (fig. 14) pouvant tourner autour d'un diamètre vertical D, et faisons passer, par un moyen quelconque, un courant électrique dans ce fil.

Considérons deux éléments xy et zu du courant, situés aux extrémités d'une corde horizontale; chacun d'eux pourra être remplacé par deux éléments de courant, l'un horizontal, l'autre vertical (87). Il est facile

---

(1) Le pôle magnétique terrestre voisin du nord géographique, agit de la même manière que le pôle boréal d'un aimant très éloigné. Un courant vertical ascendant tend donc à le déplacer vers sa droite ou vers l'est, d'après la règle d'Ampère ; il en résulte que la terre repousse le courant ascendant en sens contraire, c'est-à-dire vers l'ouest.

de voir que les forces magnétiques que la terre exerce sur les éléments horizontaux se détruisent à cause de la résistance de l'axe, et que les actions qui sollicitent les éléments verticaux forment un couple tendant à faire tourner le cercle autour de l'axe de rotation. Il en résulte que le système se déplace : le demi-cercle dans lequel le courant est ascendant se meut vers l'est. Comme l'autre demi-cercle charrie la partie descendante du courant, il se déplacera vers l'ouest, et le fil circulaire tendra vers une position d'équilibre stable ; celle-ci sera atteinte lorsque le plan du cercle sera perpendiculaire aux lignes de force horizontales, c'est-à-dire perpendiculaire au méridien magnétique, et lorsque le courant sera ascendant dans la partie ouest et descendant dans la partie est.

91. *Courants induits. Loi de Lenz.* — Quand un conducteur est déplacé dans un champ magnétique, l'expérience prouve que chacun de ses éléments, en *traversant* les lignes de force du champ devient le siége d'une force électromotrice tendant à produire un courant dans le fil. Ce phénomène est l'*induction électromagnétique*. Le sens du courant est déterminé par la règle suivante due à Lenz et qui porte son nom : *La direction du courant qui naît dans l'élément transporté est contraire à celle du courant qui devrait le parcourir pour que le champ magnétique lui imprimât le même mouvement;* on peut dire encore que la direction est telle que la force magnétique qui prend naissance en même temps que le courant tend à s'opposer au déplacement.

Si la direction du transport est telle que la force magnétique est nulle suivant cette direction, aucun courant ne naîtra dans le fil; c'est ce qui arrive quand l'élément est déplacé suivant sa propre direction ou quand on lui donne un déplacement quelconque dans le plan qui passe par l'élément et par la ligne de force correspondante; une force électromotrice ne peut donc naître que si le conducteur élémentaire *traverse* des lignes de force.

L'intensité du champ sur une aire déterminée est proportionnelle au nombre de lignes de force qui traversent cette aire (79); il en résulte que la force électromotrice est proportionnelle au nombre de lignes de force qui

traversent l'aire décrite par l'élément, elle est d'ailleurs proportionnelle à la vitesse du transport, car le nombre de lignes traversées dans un temps donné varie dans le même rapport que cette vitesse. Si le fil a une longueur finie, les forces électromotrices produites dans ses éléments s'ajouteront et le fil sera parcouru par un courant dans un sens ou dans l'autre.

92. *Courants induits par la terre.* — Il résulte de ce qui précède (91) qu'un fil vertical transporté de l'est à l'ouest est parcouru par un courant descendant; le courant induit est au contraire ascendant, quand le transport a lieu de l'ouest vers l'est.

93. *Courants induits dans un cercle vertical.* — Considérons le cercle du n° 90 (fig. 15); supposons qu'il ne soit parcouru par aucun courant, et que son plan soit d'abord perpendiculaire au méridien magnétique, le demi-cercle A étant à l'ouest et le demi-cercle B à l'est. Quand on imprimera un mouvement de rotation au cercle, A s'éloignera de l'ouest pour se diriger vers l'est, tandis que B s'éloignera de l'est pour s'approcher de l'ouest; il résulte de la loi de Lenz, que pendant la première demi-révolution, un courant ascendant parcourra A et que dans B il se produira un courant descendant; ces deux courants s'ajoutent dans le fil. Lorsque A aura pris la place de B, et réciproquement, la rotation continuant, A sera transporté vers l'ouest et B vers l'est; un courant descendant parcourra A, et dans B il naîtra un courant ascendant; par suite, ces deux courants s'ajouteront encore.



Fig. 15.

A chaque demi-révolution, le fil circulaire est donc parcouru par un courant induit qui change de sens quand le plan du cercle passe par la position perpendiculaire au méridien magnétique. Plaçons au centre du cercle une aiguille aimantée *ab*, mobile autour de son point milieu dans un plan horizontal; si les dimensions de l'aiguille sont très petites par rapport au rayon du cercle, l'action des courants induits sur chacun de ses pôles pourra être regardée comme indépendante de la position de ceux-ci et égale à celle qui s'exerce au centre. Sous l'effet des courants qui traversent le fil, l'aiguille s'écartera du méridien magnétique, et, il est facile de s'assurer, en tenant compte de la règle d'Ampère (86), que les courants, quoique alternativement renversés, font dévier le pôle austral de l'aiguille dans le même sens (1). Si la vitesse est assez grande, les impulsions données au petit barreau se succèderont assez vite, pour que, grâce à son inertie, celui-ci indique une déviation permanente, aussi longtemps que la rotation reste uniforme. D'autre part, quoique l'intensité de chacun des courants varie pendant chaque demi-révolution, en partant de zéro pour revenir à zéro, si la vitesse est assez grande, la déviation produite est due à l'intensité moyenne.

94. ***Intensité du courant induit.*** — Calculons l'intensité du courant induit : supposons d'abord le cercle perpendiculaire au méridien magnétique; soient r son rayon, et φ l'action horizontale de la terre sur l'unité de magnétisme (82); le nombre total de lignes de force qui traversent le cercle dans cette position est $\pi r^2 \varphi$; quand les demi-cercles A et B auront accompli chacun une demi-révolution, ils auront coupé ensemble $2\pi r^2 \varphi$ lignes de force; il en résulte que pendant une révolution complète du cercle, $4\pi r^2 \varphi$ lignes auront été traversées. Désignons par n le nombre de révolutions par seconde, par ω la vitesse de rotation, on aura l'égalité

$$n = \frac{\omega}{2\pi};$$

(1) En effet, au moment où le courant change de sens dans le fil, celui-ci occupe par rapport à l'aiguille une position opposée.

le nombre de lignes de force traversées par seconde est donc :

$$4\pi r^2 vn = 4\pi r^2 \varphi \frac{\omega}{2\pi} = 2\omega r^2 \varphi;$$

cette expression représente aussi la force électromotrice des courants induits (91), si donc ρ est la résistance du fil et I l'intensité, on aura

$$I = \frac{2\omega r^2 \varphi}{\rho}.$$

CHAPITRE V.

SYSTÈME D'UNITÉS ÉLECTROMAGNÉTIQUES.

95. *Unité du courant.* — Le point de départ des unités électromagnétiques est la loi qui régit la force exercée par un élément de courant sur un pôle magnétique; cette loi est exprimée par la formule (88) :

$$f = \frac{q\mathrm{I}dl \sin \alpha}{r^2}. \qquad (1)$$

Toutes les conséquences mathématiques de cette relation, qui donnent lieu à des expériences possibles, peuvent servir à définir l'unité d'intensité; on adopte ordinairement la conséquence suivante :

Supposons que le courant circule dans un arc de cercle de longueur l et de rayon r, et que la quantité q de magnétisme soit au centre de l'arc; la force exercée par un élément dl du courant circulaire sera encore donné par la formule (1), en y faisant $\sin \alpha = 1$; on aura donc

$$f = \frac{q\mathrm{I}dl}{r^2};$$

si l'on désigne par F la force totale exercée par l'arc l, et que l'on remarque que le facteur $\frac{q\mathrm{I}}{r^2}$ est constant, on obtient :

$$\mathrm{F} = \frac{q\mathrm{I}}{r^2}\int dl = \frac{q\mathrm{I}l}{r^2}; \qquad (2)$$

faisant dans (2), $\mathrm{F} = q = l = r = 1$, on a $\mathrm{I} = 1$; de là la définition suivante :

L'unité électromagnétique d'intensité est l'intensité du courant qui, circulant dans un arc de cercle dont le rayon et la longueur sont égaux à l'unité, agit sur l'unité de magnétisme existant au centre, avec une force égale à l'unité.

Dans le système C.G.S., l'unité électromagnétique d'intensité est l'intensité d'un courant qui, circulant dans un arc de cercle dont la longueur et le rayon sont d'un centimètre, agit sur l'unité C.G.S. de magnétisme placée au centre avec la force d'une dyne.

96. *Mesure du courant par la boussole des tangentes.* — On peut employer la boussole des tangentes pour mesurer l'intensité d'un courant rapportée à l'unité qui vient d'être définie.

Dans sa forme la plus simple, la boussole des tangentes se compose d'un ruban vertical de cuivre présentant la forme circulaire (1). Une aiguille aimantée se trouve suspendue au centre de cet anneau; l'aiguille est assez petite par rapport aux dimensions du cercle pour que dans toutes ses positions, on puisse, comme au n° 93, négliger la différence des distances des différents points de l'aiguille à l'anneau.

Pour se servir de l'appareil, on le place dans une position telle que le plan du ruban coïncide avec le méridien magnétique; l'aiguille est alors dans le plan de l'anneau. Si l'on fait passer un courant dans le cercle, l'aiguille déviera, et, après quelques oscillations, elle se fixera dans une position déterminée sous l'action de la force horizontale terrestre et de la force répulsive du courant. La première de ces forces est parallèle au méridien magnétique MM' (fig. 13), et la seconde est perpendiculaire à cette direction; leur résultante est dirigée suivant l'axe de l'aiguille AB. Soient α la déviation, X la force horizontale et Y la force répulsive du courant, on aura l'équation d'équilibre :

$$Y = X \operatorname{tg} \alpha. \qquad (1)$$

---

(1) Voir le *Cours de physique de l'École Polytechnique*, par M. Jamin, tome 3.

Si q est le nombre d'unités de magnétisme de chaque pôle de l'aiguille, l'action horizontale de la terre est exprimée par

$$X = q\varphi;$$

d'autre part, r étant le rayon du ruban, la valeur de Y est celle de F donnée par la formule (2) (95), dans laquelle on fait $l = 2\pi r$, donc

$$Y = \frac{2\pi r q I}{r^2};$$

la condition (1) devient, après substitution,

$$\frac{2\pi r q I}{r^2} = \varphi q \operatorname{tg} \alpha,$$

d'où l'on tire

$$I = \frac{\varphi r \operatorname{tg} \alpha}{2\pi}.$$

Exemple numérique. — Supposons que le rayon de l'anneau soit de 15 centimètres et que le courant produise une déviation de 44°; adoptons pour φ la valeur 0,193 (85); on aura $r = 15$, $\operatorname{tg} \alpha = 0,966$, d'où :

$$I = \frac{0,193 \cdot 15 \cdot 0,966}{2 \cdot 3,1416} = 0,44 \text{ unités électrom.}$$

On peut au moyen de la formule calculer les intensités qui correspondent à des déviations données; c'est ainsi que pour la boussole considérée, les intensités seraient données en un. électromagn. par la table suivante qu'il est facile de compléter.

Valeurs de α	Valeurs de tg α	Valeurs de I en un. électrom.
1°	0,017	0.008
2°	0,035	0,016
3°	0,052	0,024
4°	0,070	0,032
5°	0,087	0,040
6°	0,105	0,050
7°	0,123	0,056
8°	0,141	0,065

. . . .

97. ***Unité de quantité d'électricité.*** — L'unité électromagnétique de quantité d'électricité est la quantité d'électricité qui traverse pendant une seconde une section d'un fil conducteur parcouru par l'unité de courant.

L'unité C.G.S. *de quantité électromagnétique est la quantité qui traverse par seconde la section d'un fil conducteur parcourue par l'unité* C.G.S. *de courant.*

Unité de potentiel ou de force électromotrice. — Cette unité est définie par le travail que produit un courant. Soient W ce travail par seconde, Q la quantité électromagnétique d'électricité mise en mouvement par l'action de la force électromotrice, on a la relation (46, 3°)

$$W = QE;$$

si $W = 1$, $Q = 1$, on a $E = 1$; donc :

l'unité électromagnétique de force électromotrice est la différence de potentiel qui doit exister aux extrémités d'un circuit, pour que l'unité électromagnétique de quantité développe par seconde l'unité de travail (*l'erg, quand il s'agit du système* C.G.S.), *en traversant une section du circuit.*

Unité de résistance. — On définit cette unité par la loi de Ohm

$$I = \frac{E}{R};$$

si $I = 1$ et $E = 1$, on a aussi $R = 1$, par suite

un fil a une résistance égale à l'unité électromagnétique, quand la force électromotrice étant égale à l'unité, l'intensité du courant qu'elle fait naître dans le fil est aussi égale à l'unité.

Unité de capacité. — *L'unité de capacité est la capacité d'un conducteur qui est chargé de l'unité électromagnétique de quantité quand son potentiel est égal à l'unité.*

Les unités C.G.S. de force électromotrice, de résistance et de capacité se déduisent facilement des définitions générales de ces unités.

CHAPITRE VI.

COMPARAISON DES SYSTÈMES.

§ 1. DES DIMENSIONS DES UNITÉS.

98. *Notations de Maxwell.* — On appelle dimensions d'une unité dérivée, une expression qui indique comment cette unité dépend des unités fondamentales. Ainsi, L représentant l'unité de longueur, l'unité de surface est représentée par L^2 ; l'expression L^2 apprend que si l'unité fondamentale L change, l'unité dérivée de surface varie proportionnellement au carré de L; de même, l'unité de volume étant L^3, la notation L^3 exprime que l'unité dérivée de volume change en raison directe du cube de l'unité fondamentale de longueur. Les expressions L^2 et L^3 sont respectivement les dimensions de l'unité de surface et de l'unité de volume.

On représente les unités des grandeurs, par les initiales entre crochets, des noms de ces grandeurs ; c'est ainsi que les unités fondamentales de longueur, de masse et de temps sont désignées par les notations [L], [M], [T].

Nous désignerons par des majuscules les unités électrostatiques, et nous emploierons des petites lettres pour représenter les unités électromagnétiques.

Unités dérivées mécaniques.

99. *Vitesse.* — La vitesse est le quotient d'un chemin parcouru, par le temps employé pour le parcourir. Les dimensions de l'unité de vitesse sont donc

$$[V] = \left[\frac{L}{T}\right] = [LT^{-1}].$$

L'unité de vitesse varie donc proportionnellement à l'unité de longueur, et en raison inverse de l'unité de temps. Si, par exemple, on considère un système absolu dans lequel les unités de longueur et de temps sont respectivement le mètre et la minute, l'unité de vitesse dans ce nouveau système est égale aux $\frac{100}{60}$ ou aux $\frac{5}{3}$ de l'unité C.G.S. de vitesse.

Accélération. — C'est le quotient d'une vitesse par un temps, donc

$$[A] = \left[\frac{V}{T}\right] = [LT^{-2}].$$

Force. — La force est mesurée par le produit d'une masse par une accélération, ce qui donne

$$[F] = [MA] = [LMT^{-2}].$$

Travail ou énergie. — Le travail est le produit d'une force par une longueur. On obtient ainsi

$$[W] = [FL] = [L^2MT^{-2}].$$

Unités dérivées électrostatiques.

100. *Quantités d'électricité.* — Cette quantité a été définie par la loi de Coulomb, c'est-à-dire par la formule

$$f = \frac{q^2}{r^2} \quad \text{ou} \quad q = r\sqrt{f};$$

on en déduit, pour les dimensions de l'unité

$$[Q] = \left[LF^{\frac{1}{2}}\right] = \left[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}\right].$$

Potentiel ou force électromotrice. — Le potentiel est le quotient d'une quantité d'électricité par une distance, et l'on a par conséquent

$$[E] = \left[\frac{Q}{L}\right] = \left[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}\right].$$

Intensité du courant. — L'intensité du courant est la quantité d'élec-

tricité qui parcourt le fil pendant l'unité de temps, ou le quotient d'une quantité par le temps, on a donc

$$[I] = \left[\frac{Q}{T}\right] = \left[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}\right].$$

Résistance. — La résistance est définie par la loi de Ohm; c'est le quotient du potentiel par l'intensité du courant, il en résulte que

$$[R] = \left[\frac{E}{I}\right] = [TL^{-1}].$$

L'unité de résistance est numériquement égale à l'inverse d'une vitesse.

Capacité. — La capacité étant le quotient d'une quantité par le potentiel, on aura

$$[C] = \left[\frac{Q}{E}\right] = [L].$$

Unité de magnétisme. — L'unité de magnétisme a été définie par la loi de Coulomb, cette unité varie donc avec les unités fondamentales de la même manière que l'unité d'électricité; si donc, on désigne par [Q'] l'unité de magnétisme, l'on aura

$$[Q'] = \left[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}\right].$$

Unités dérivées électromagnétiques.

101. ***Unité d'intensité de courant.*** — L'intensité du courant est définie (95) par la formule

$$F = \frac{qIl}{r^2},$$

d'où,

$$I = \frac{Fr^2}{ql};$$

les dimensions de l'unité de force F, de l'unité des longueurs l et r, et de l'unité de quantité q de magnétisme étant respectivement

$$[MLT^{-2}], \quad [L], \quad \left[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}\right],$$

on obtient, après substitution, pour les dimensions de l'unité d'intensité

$$[i] = \left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right].$$

Quantité d'électricité. — Dans le système électromagnétique, la quantité d'électricité est égale à l'intensité du courant multipliée par le temps, donc on a

$$[q] = [IT] = \left[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}\right].$$

Force électromotrice. — Le travail produit par un courant est le produit de la force électromotrice par la quantité d'électricité, il en résulte que

$$[e] = \left[\frac{W}{q}\right] = \left[\frac{L^2 M T^{-2}}{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}}\right],$$

ou,

$$[e] = \left[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}\right].$$

Unité de résistance. — La résistance est le quotient de la force électromotrice par l'intensité, on a donc

$$[r] = \left[\frac{e}{i}\right] = \left[\frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}}{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}}\right] = [LT^{-1}].$$

L'unité électromagnétique de résistance est exprimée par le même nombre que l'unité de vitesse (99).

Unité de capacité. — La capacité d'un conducteur est le quotient de la quantité d'électricité dont il est chargé par la force électromotrice :

$$[c] = \left[\frac{q}{e}\right] = \left[\frac{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}}\right] = [L^{-1} T^2].$$

RÉSUMÉ.

102. Le tableau suivant résume les résultats auxquels nous venons d'arriver.

Unités fondamentales.

Longueur.	$[L]$
Masse	$[M]$
Temps.	$[T]$

Unités dérivées mécaniques.

Vitesse	$[LT^{-1}]$
Accélération	$[LT^{-2}]$
Force	$[LMT^{-2}]$
Travail.	$[L^2MT^{-2}]$

Unités dérivées électriques.

	Système électrost.	Système électromagn.
Quantité	$\left[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}\right]$	$\left[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}\right]$
Courant.	$\left[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}\right]$	$\left[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}\right]$
Force électromotrice.	$\left[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}\right]$	$\left[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}\right]$
Résistance	$[L^{-1}T]$	$[LT^{-1}]$
Capacité	$[L]$	$[L^{-1}T^2]$

103. *Rapport des dimensions.* — Prenant le rapport des dimensions des unités électromagnétiques aux dimensions des unités électrostatiques correspondantes, on trouve :

Rapport des dimensions de la quantité. . .			$=\left[\frac{T}{L}\right]$
»	»	du courant. . .	$=\left[\frac{T}{L}\right]$
»	»	de la force électr.	$=\left[\frac{L}{T}\right]$
»	»	de la résistance .	$=\left[\frac{L}{T}\right]^2$
»	»	de la capacité . .	$=\left[\frac{T}{L}\right]^2$

Il est important d'observer que ces rapports ne dépendent que du rapport $\frac{L}{T}$.

104. *La résistance électrostatique est l'inverse d'une vitesse.* — Ce résultat déjà obtenu (100) est susceptible d'une interprétation physique due à M. W. Thomson. Soit une sphère de rayon ρ chargée d'une quantité Q d'électricité, et dont le potentiel est par conséquent $V=\frac{Q}{\rho}$. Mettons cette sphère en communication avec le sol au moyen d'un fil conducteur; la charge Q va diminuer en même temps que le potentiel si le rayon reste constant; mais, si l'on imagine que le rayon diminue en même temps que Q et dans le même rapport, V restera invariable.

Soient dQ la diminution de charge, $d\rho$ la diminution du rayon pendant le temps dt, et u la vitesse avec laquelle ρ diminue, on aura

$$d\rho = u dt; \tag{1}$$

comme le potentiel reste constant, on pourra écrire

$$V=\frac{Q}{\rho}=\frac{Q-dQ}{\rho-d\rho}=\frac{dQ}{d\rho}; \tag{2}$$

d'autre part, si I représente l'intensité du courant et R la résistance, on aura

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{V}{R},$$

d'où,

$$dQ = \frac{V}{R} dt. \tag{3}$$

Remplaçons les valeurs de $d\rho$ et dQ déduites de (1) et (3) dans l'équation (2), on obtient, après simplification

$$Ru = 1;$$

donc

$$R = \frac{1}{u}.$$

Ainsi, la résistance R d'un fil conducteur est mesurée en unités électrostatiques par l'inverse de la vitesse u avec laquelle devrait décroître le rayon d'une sphère, pour que le potentiel de celle-ci restât constant malgré la perte d'électricité, quand on fait communiquer la sphère avec la terre au moyen d'un fil conducteur. Il résulte encore de là, que la conductibilité du fil est exprimée par le même nombre qu'une vitesse.

105. *La résistance électromagnétique est une vitesse* (101). — Soient (fig. 16) deux rails conducteurs parallèles AA′ et BB′, situés à une

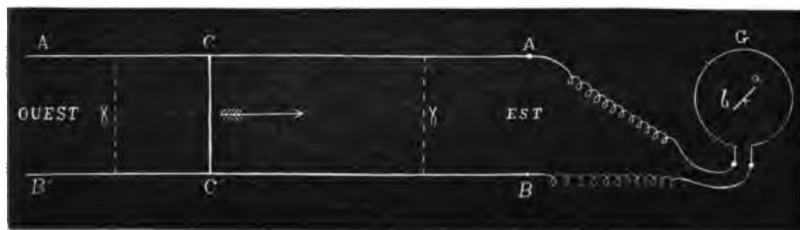


Fig. 16.

distance D dans un plan vertical perpendiculaire au méridien magnétique, et dont les extrémités A et B sont réunies par un fil métallique. Supposons qu'une barre verticale CC′ glisse sur ces deux rails, et que la résistance des conducteurs AA′ et BB′ soit négligeable devant celle du

reste du circuit. (Pour l'observateur qui regarde la figure, le pôle boréal magnétique de la terre est derrière le papier.)

Faisons glisser la barre CC′ vers l'est d'un mouvement uniforme de la position γ à la position γ'; le conducteur CC′ sera parcouru par un courant ascendant (92), et ce courant traversera, par conséquent, le circuit dans le sens C′C ABC′.

Soient e la distance parcourue, t le temps employé, r la résistance du circuit; la force électromotrice est proportionnelle à la longueur $D = CC'$, à la vitesse $\frac{e}{t} = u$ du transport, et à l'intensité horizontale terrestre φ; l'intensité du courant induit est donc

$$I = \frac{De\varphi}{tr} = \frac{D\varphi}{r} u. \qquad (1)$$

Supposons que le circuit renferme une boussole des tangentes G, et soit L la longueur du ruban (ou la longueur du fil, si le ruban de la boussole est remplacé par une bobine de fil métallique); l'action du courant sur le pôle de l'aiguille est exprimée par (95)

$$F = \frac{ILq}{A^2},$$

q étant la quantité de magnétisme, et A le rayon de la boussole; la déviation étant α, l'équation d'équilibre est

$$\frac{ILq}{A^2} = \varphi q \operatorname{tg} \alpha; \qquad (2)$$

éliminant I entre (1) et (2), on trouve

$$r = \frac{DL}{A^2 \operatorname{tg} \alpha} u.$$

Si la vitesse du transport est assez grande pour que l'action du courant soit égale à celle de la terre, l'aiguille fait un angle de 45° avec le méridien, et l'on a

$$r = \frac{DL}{A^2} u;$$

si l'on prend

$$A^2 = DL, \qquad (3)$$

on obtient

$$r = u.$$

La résistance électromagnétique du circuit est donc exprimée par le même nombre que la vitesse uniforme avec laquelle devrait glisser la barre CC′ pour que le courant induit dans le circuit fit dévier de 45° l'aiguille d'une boussole, les dimensions de l'instrument satisfaisant à l'équation (3).

§ 2. RAPPORT DES DEUX SÉRIES D'UNITÉS ÉLECTRIQUES.

106. *Principe.* — Pour établir ce rapport, nous nous appuierons sur le principe suivant.

Soit n l'expression numérique d'une grandeur, c'est-à-dire le nombre d'unités de même espèce qu'elle renferme, et désignons par U cette unité; soit aussi n' l'expression numérique de la *même grandeur*, mais rapportée à une autre unité U′, on aura l'égalité

$$nU = n'U' ;$$

d'où,

$$\frac{n}{n'} = \frac{U'}{U}.$$

Le rapport des valeurs numériques d'une même grandeur est donc égal à l'inverse du rapport des unités qui ont servi à la mesurer.

Pour éclaircir ce qui précède par un exemple, admettons que le rapport de la toise au mètre soit inconnu; si on voulait le déterminer, on pourrait mesurer une même longueur successivement avec la toise et avec le mètre : supposons que le résultat de la première mesure soit 51,307 et le résultat de la seconde 100; le rapport des deux nombres serait 51,370 : 100, et par suite, le rapport de la toise au mètre est le rapport inverse 100 : 51,307, c'est-à-dire que

$$1^{m} = 0^{T},51307.$$

107. A l'aide de ce principe, il sera facile de trouver le rapport de l'unité électromagnétique C.G.S. à l'unité électrostatique C.G.S. de quantité. A cet effet(1), soit un système absolu dont les unités fondamentales sont L centimètres, M grammes, T secondes, L, M, T étant des indéterminées; ce système sera désigné par L.M.T., de la même manière qu'on désigne par C.G.S. le système dans lequel L = 1 centimètre, M = 1 gramme, T = 1 seconde. D'après le tableau des dimensions des unités, une unité électromagnétique L.M.T. renferme $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$ unités électromagnétiques C.G.S. de quantité, et une unité électrostatique L.M.T. contient $L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ unités électrostatiques C.G.S. de quantité.

Cela posé, on peut déterminer L et T de telle manière que les deux unités L.M.T. expriment une même charge d'électricité, celle d'une bouteille de Leyde, par exemple; $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$ et $M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}$ seront, dans cas, les expressions numériques d'une même grandeur; le premier de ces nombres est rapporté à l'unité électromagnétique C.G.S. de quantité, le second est rapporté à l'unité électrostatique C.G.S., et comme le rapport des deux nombres est

$$\frac{M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}}{M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}}=\frac{T}{L},$$

il en résulte (106), que l'inverse de ce rapport ou $\frac{L}{T}$ est le rapport de l'unité électromagnétique C.G.S. à l'unité électrostatique C.G.S. de quantité.

Pour trouver le rapport des unités C.G.S. de courant, on raisonnera de la même manière :

L'unité électromagnétique L.M.T. du courant vaut $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ unités électromagnétiques C.G.S., et l'unité électrostatique L.M.T. est égale à $L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$ unités électrostatiques C.G.S.; les quantités L.M.T. peuvent être choisies de manière que les deux unités L.M.T. représentent l'intensité d'un même courant, il faudra que, dans ce cas particulier, les nombres

(1) Ce mode de raisonnement est dû à Everett (*Units and physical Constants*).

$L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ et $L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$ représentent la même grandeur, et comme leur rapport est

$$\frac{L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}}{L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}}=\frac{T}{L},$$

il en résulte, comme précédemment, que le rapport inverse $\frac{L}{T}$ est égal au rapport de l'unité électromagnétique C.G.S. à l'unité électrostatique C.G.S. de courant.

108. On remarquera ici, que les rapports des deux unités de quantité et de deux unités de courant sont égaux aux rapports inverses de leurs dimensions. Cette propriété existe également pour les rapports des autres unités, comme il est facile de le vérifier en rèpétant les raisonnements qui viennent d'être faits pour les deux premiers rapports; par conséquent, tous ces rapports ne dépendent, comme ceux des dimensions, que de $\frac{L}{T}$.

109. La quantité $\frac{L}{T}$, considérée comme quantité concrète est une *vitesse*, puisqu'elle est le rapport d'une longueur au temps; sa valeur numérique est le rapport de l'unité électromagnétique à l'unité électrostatique de quantité, et de la manière dont ce rapport vient d'être établi, on peut conclure qu'il est indépendant de la grandeur des unités fondamentales. Désignant $\frac{L}{T}$ par v, on pourra donc écrire entre les unités C.G.S. des deux systèmes les relations suivantes :

$$\frac{\text{Unité électromagn. de quantité}}{\text{» électrost. » »}}=v,$$

$$\frac{\text{Unité électromagn. de courant}}{\text{» électrost. » »}}=v,$$

$$\frac{\text{Unité électromagn. de force électr.}}{\text{» électrost. » »}}=v^{-1},$$

$$\frac{\text{Unité électromagn. de résistance}}{\text{» électrost. » »}}=v^{-2},$$

$$\frac{\text{Unité électromagn. de capacité}}{\text{» électrost. » »}}=v^{2}.$$

la quantité v considérée comme vitesse, étant rapportée au centimètre.

110. *Théorie de Maxwell.* — La lumière est un mouvement vibratoire ou une déformation élastique d'un milieu qu'on appelle éther; d'après Maxwell, il en serait de même de l'électricité : l'induction électromagnétique n'est pas une action à distance, mais se transmet de proche en proche à travers l'espace sous la forme d'un ébranlement particulier du même milieu qui transmet les vibrations lumineuses. En prenant cette hypothèse pour point de départ de ses calculs, Maxwell prouve que le rapport $\frac{L}{T}$ est la vitesse de propagation du mouvement électrique. Parmi les arguments qui justifient la théorie de Maxwell, le plus solide est fourni par l'égalité de la vitesse v et de la vitesse de la lumière.

111. *Détermination expérimentale du rapport v et résultats.* — Le principe des méthodes qui ont permis de déterminer v est le suivant : on mesure une même grandeur électrique en unités électrostatiques et aussi en unités électromagnétiques, l'inverse du rapport des nombres obtenus donne v.

C'est ainsi que Weber et Kohlrausch ont mesuré dans les deux systèmes la charge d'une bouteille de Leyde(1) : sa valeur en unités électrostatiques est le produit de la capacité de la bouteille par le potentiel, éléments qui peuvent être déterminés; pour évaluer la charge en unités électromagnétiques, ils l'ont fait passer dans un galvanomètre, le courant total a été déduit, par le calcul, de l'impulsion de l'aiguille; la comparaison des nombres exprimant la charge a donné

$$v = 3{,}1074 \times 10^{10} \text{ centimètres par seconde.}$$

M. W. Thomson(2) mesure dans les deux systèmes la force électromotrice d'une pile, et trouve pour résultat moyen de plusieurs expériences

$$v = 2{,}93 \times 10^{10}.$$

(1) *Annales de Poggendorf* XCIX, 10 avril 1856.

(2) *Philos. Mag.* 1879. I, page 277.

MM. Ayrton et Perry(1) ont mesuré dans les deux systèmes, la capacité d'un condensateur à air; d'après leurs travaux,

$$v = 2{,}98 \cdot 10^{10}.$$

La moyenne des résultats précédents est

$$v = 3{,}04 \cdot 10^{10} \text{ centimètres.}$$

D'autre part, les expériences les plus récentes et les plus exactes qui aient été faites pour déterminer la vitesse de la lumière sont celles de M. Cornu (1874)(2), elles donnent pour la vitesse de la lumière dans l'air

$$3{,}003 \cdot 10^{10} \text{ centimètres par seconde;}$$

on peut donc dire que, ***dans l'air, les vitesses de la lumière et de l'induction électromagnétique sont très probablement égales.***

Ce résultat est un fait scientifique d'une importance considérable, parce qu'il établit un lien étroit entre les phénomènes lumineux et les phénomènes électriques, et fait faire un pas immense à la théorie de l'unité des forces physiques.

---

(1) *Proceedings of the Royal Society*, vol. X, p. 319.
(2) *Annales de l'observatoire de Paris*, 1874. Mémoires, tome XIII.

CHAPITRE VII.

SYSTÈME D'UNITÉS PRATIQUES.

112. Les valeurs des unités électrostatiques et électromagnétiques ne sont pas en rapport avec les grandeurs que l'on doit mesurer dans la pratique. Elles sont, ou énormément trop grandes ou excessivement petites. Ainsi l'unité absolue de résistance électromagnétique C.G.S. n'est guère que la résistance d'un vingt millième de millimètre de fil de cuivre d'un millimètre de diamètre, et l'unité de force électromotrice est la cent-millionième partie de celle d'un élément Daniell. C'est pour éviter cet inconvénient que le comité de l'Association britannique a adopté un système d'unités se prêtant mieux aux exigences des applications de l'électricité. Prenant pour point de départ le système électromagnétique C.G.S., il a adopté comme unités pratiques, certains multiples et sous-multiples décimaux des unités électromagnétiques, et les a désignés par des noms rappelant ceux des électriciens les plus célèbres. Ce système d'unités pratiques a été consacré sous la forme suivante par le congrès des électriciens dans sa séance du 21 septembre 1881.

§ 1. DÉFINITIONS DES UNITÉS PRATIQUES.

113. 1° L'unité de courant est l'*ampère* qui vaut le $\frac{1}{10}$ de l'unité électromagnétique C.G.S. de courant.

Avant le congrès, l'unité B.A. de *courant* s'appelait *weber;* le change-

ment de nom a été nécessité par le fait qu'on se servait en Allemagne d'une autre unité due à *Weber,* portant son nom et équivalente au $\frac{1}{10}$ de l'unité de l'Association britannique.

2° L'unité de *quantité* est le *coulomb*, qui vaut le $\frac{1}{10}$ de l'unité électromagnétique de quantité.

L'Association britannique avait primitivement nommé *weber* l'unité de quantité; de là une nouvelle confusion que l'adoption du mot *coulomb* a fait disparaître.

3° L'unité de *force électromotrice* est le *volt* qui est égal à 10^8 unités C.G.S. de force électromotrice.

4° L'unité de *résistance* est l'*ohm* dont la valeur est 10^9 unités électromagnétiques C.G.S. de résistance.

5° L'unité de *capacité* est le *farad* qui vaut 10^{-9} unités électromagnétiques C.G.S. de capacité.

114. *Relations entre les unités pratiques.* — On déduit ces relations des formules qui lient entre elles les grandeurs électriques (46).

Le *coulomb* est la quantité d'électricité qui traverse par seconde la section d'un fil conducteur quand la force électromotrice aux extrémités est un *volt* et la résistance un *ohm*.

L'*ampère* est l'intensité d'un courant parcourant un fil d'une résistance égale à un *ohm* quand la force électromotrice aux extrémités du fil est un *volt*.

Le *farad* est la capacité d'un condensateur qui contient un *coulomb* au potentiel d'un *volt*.

115. *Multiples et sous-multiples des unités pratiques.* — Dans les applications, ces unités ne se prêteraient pas à toutes les mesures sans donner lieu à de grands nombres ou à de nombreuses décimales, ce qui est une cause d'erreur. Ainsi tandis que les courants des machines puissantes qui alimentent les régulateurs électriques fournissent des

courants d'un grand nombre d'ampères (1), les courants utilisés dans la télégraphie et pour les usages domestiques sont de quelques millièmes d'ampère, et les courants téléphoniques ont une intensité de quelques millionièmes seulement. Le farad qui n'est égal qu'au billionième de l'unité C.G.S. de capacité est cependant une quantité trop grande au point de vue pratique, attendu que la capacité de la terre, comme nous le verrons, n'est que le $\frac{1}{1400}$ d'un farad. Pour éviter ces inconvénients, on emploie certains multiples et sous-multiples des unités pratiques ; on fait usage de la préfixe ***micro*** pour représenter le millionième et de la préfixe ***milli*** pour désigner le millième d'une unité ; le mot ***kilo*** indique mille et ***méga*** ou ***meg*** un million d'unités. C'est ainsi qu'on dit un ***microvolt*** pour exprimer un millionième de volt, un ***milliampère*** pour un millième d'ampère, un ***microfarad*** pour la millionième partie d'un farad.

116. *Remarques.* — 1° Le système d'unités pratiques constitue lui-même un système absolu d'unités électromagnétiques dont les unités fondamentales sont respectivement $[L] = 10^9$ centimètres, $[M] = 10^{-11}$ de la masse du gramme, $[T] = 1$ seconde.

Il suffira de vérifier l'exactitude de cette remarque pour l'une quelconque des unités pratiques, la force électromotrice, par exemple : L'unité C.G.S. s'obtient en faisant dans les dimensions $\left[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}\right]$ de l'unité électromagnétique, $L = 1$ centimètre, $M = 1$ gramme, $T = 1$ seconde ; si, d'autre part, l'on remplace L,M,T, par les valeurs 10^9, 10^{-11} et 1, il vient

$$\left[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}\right] = \left[10^{\frac{27}{2}} 10^{-\frac{11}{2}} 1^{-2}\right] = 10^8.$$

(1) La grande machine dynamo d'Édison qui figurait à l'exposition de 1881, a une résistance intérieure ne dépassant pas $0^{ohm},008$, la force électrom. est 105 volts pour une vitesse de 750 tours par minute ; l'intensité en court circuit serait donc, d'après ces données, de plus de 13000 ampères.

L'unité de force électromotrice rapportée aux unités fondamentales précédentes vaut donc 10^8 unités C.G.S., donc cette unité n'est autre que le ***volt***. Une vérification analogue de la remarque est applicable à chacune des autres unités pratiques.

117. 2° Il est important de signaler que, dans le système pratique, il suffit de diviser par $g = 9{,}81$ l'expression du travail électrique pour obtenir la valeur de ce travail en kilogrammètres. L'expression du travail est en effet

$$W = QE;$$

en rapportant ce travail à la seconde, la quantité d'électricité Q qui passe en une seconde dans une section du conducteur n'est autre que l'intensité I du courant; dès lors, l'unité de travail, dans le système pratique, est le produit d'un volt par un ampère; or, on a :

1 volt $\times$ 1 amp. $= 10^8$ un. C.G.S. force él. $\times\ 10^{-1}$ un. C.G.S. de courant,

ou,

$$1 \text{ volt} \times 1 \text{ amp.} = 10^7 \text{ ergs};$$

d'autre part (53),

$$1 \text{ kilogrammètre} = 981 \cdot 10^5 = 9{,}81 \cdot 10^7 \text{ ergs},$$

on aura donc aussi

$$1 \text{ kilogrammètre} = 9{,}81 \text{ unités de travail (volt-ampère)}.$$

Il en résulte que l'on obtient le travail par seconde exprimé en kilogrammètres, en divisant l'expression IE ***(volt-ampère) par le nombre*** 9,81 ***ou approximativement par*** 10, on a donc

$$W = \frac{IE}{9{,}81}, \quad \text{ou} \quad \frac{IE}{10} \text{kilogrammètres}.$$

On déduit de là la quantité de chaleur produite par un courant pendant l'unité de temps; puisque le travail est représenté par $\frac{IE}{9{,}81}$, le nombre de calories correspondant sera

$$C = \frac{IE}{9{,}81.424} = 0{,}0002404 \text{ IE calories (kilogramme-degré)},$$

et,

$$C = 0{,}2404 \text{ IE calories (gramme-degré)}.$$

L'expression de la chaleur produite dans le circuit pendant une seconde est encore donnée (46,3°) par les formules

$$C = 0,0002404\ I^2R \text{ calories, (kil-degré)}$$

$$C = 0,2404\ I^2R \text{ calories, (gramme-degré)}(1)$$

les quantités I, R étant exprimées en ampères et ohms.

118. 3° Puisqu'on a les relations

$$r = \frac{R}{v^2} \quad \text{et} \quad c = Cv^2,$$

on a aussi

$$rc = RC\,;$$

d'autre part, le farad vaut 10^{-9} unités C.G.S., et l'ohm 10^9 unités C.G.S.; le microfarad est équivalent à 10^{-15} unités C.G.S., et le mégohm à 10^{15} unités C.G.S.; il résulte de là que toutes les formules qui ne dépendent que du produit de la résistance par la capacité ne subissent pas de changement quand les deux facteurs sont exprimés ou en unités électromagnétiques, ou en unités électrostatiques, ou en unités pratiques : farads et ohms, microfarads et mégohms.

119. Le tableau suivant permet de passer de l'un des systèmes d'unités électriques aux autres; nous y avons joint les anciennes unités de Gauss et Weber, afin de faciliter la lecture des travaux dans lesquels on a fait usage des unités électromagnétiques que ces électriciens ont introduites dans la science.

---

(1) Le mot *watt*, proposé en 1882 par M. W. Siemens à l'Association britannique remplace souvent l'expression *volt-ampère*. On appelle *joule*, surtout en Angleterre, la quantité de chaleur engendrée en une seconde par un courant d'un ampère circulant à travers une résistance d'un ohm; c'est la chaleur qui correspond au watt :

Un joule = 0,2404 cal. gr. deg. (117)

$$\text{Une calorie gr. d.} = \frac{1^J}{0,2404} = 4,2 \text{ joules.}$$

Tableau comparatif des unités électriques.

Unités pratiques et principaux multiples et sous-multiples.		Unités électromagnétiques C.G.S.	Unités électrostatiques C.G.S.	Unités de Gauss et Weber. Millimètre. Milligramme. Seconde.
Quantité	Mégacoulomb	10^5	$10^5.3.10^{10} = 3.10^{15}$	10^7
	Coulomb	10^{-1}	$10^{-1}.3.10^{10} = 3.10^9$	10
	Microcoulomb	10^{-7}	$10^{-7}.3.10^{10} = 3.10^3$	10^{-5}
Courant	Ampère	10^{-1}	$10^{-1}.3.10^{10} = 3.10^9$	10
	Milliampère	10^{-4}	$10^{-4}.3.10^{10} = 3.10^6$	10^{-2}
	Microampère	10^{-7}	$10^{-7}.3.10^{10} = 3.10^3$	10^{-5}
Force électrom.	Mégavolt	10^{14}	$10^{14} : (3\ 10^{10}) = \frac{10^4}{3}$	10^{17}
	Volt	10^8	$10^8 : (3.10^{10}) = \frac{10^{-2}}{3}$	10^{11}
	Microvolt	10^2	$10^2 : (3.10^{10}) = \frac{10^{-8}}{3}$	10^5
Résistance	Mégohm	10^{15}	$10^{15} : (9.10^{20}) = \frac{10^{-5}}{9}$	10^{16}
	Ohm	10^9	$10^9 : (9.10^{20}) = \frac{10^{-11}}{9}$	10^{10}
	Microhm	10^3	$10^3 : (9.10^{20}) = \frac{10^{-17}}{9}$	10^4
Capacité	Farad	10^{-9}	$10^{-9} : (9.10^{20}) = \frac{10^{-29}}{9}$	10^{-10}
	Microfarad	10^{-15}	$10^{-15} : (9.10^{20}) = \frac{10^{-35}}{9}$	10^{-16}

§ 2. APPLICATIONS NUMÉRIQUES.

120. *Potentiel d'un élément Daniell.* — En unités électrostatiques, le potentiel de l'élément Daniell des expériences de Thomson est (67)

$$E = 0{,}00374,$$

en unités électromagnétiques,

$$E = 0{,}00374 \cdot v = 0{,}00374 \cdot 3 \cdot 10^{10} = 1112 \cdot 10^{5};$$

en volts,

$$E = 1112 \cdot 10^{5} : 10^{8} = 1{,}112 \text{ volts.}$$

121. *Potentiel de la machine de* 30 *centim. d'étincelle* (70).
En unités électrostatiques

$$E = 300;$$

en unités électromagnétiques, on aurait

$$E = 300 \cdot 3 \cdot 10^{10} = 9 \cdot 10^{12};$$

en volts,

$$E = 9 \cdot 10^{12} \cdot 10^{8} = 90000 \text{ volts.}$$

122. *Charge d'un condensateur à air* de 1^{mc} composé de deux plateaux à 1^{mm} de distance et chargé par 100 éléments Daniell. — On a trouvé en unités électrostatiques (73) :

$$Q = 2976;$$

en unités électromagnétiques on a

$$Q = 2976 \cdot v^{-1} = 992 \cdot 10^{-10},$$

et en coulombs,

$$Q = 992 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{-1} = 992 \cdot 10^{-11}.$$

123. *Capacité d'un câble sous-marin.* — Nous avons trouvé pour la capacité d'un mille de câble sous-marin en gutta-percha (74) :

$$C = 377000 \text{ unités électrost.},$$

ce qui correspond à :

$$C = \frac{377000}{v^2} = \frac{377000}{9} \cdot 10^{-20} = 42 \cdot 10^{-17} \text{ unités électromagn.};$$

réduisant en farads, on aura

$$42 \cdot 10^{-17} = 42 \cdot 10^{-8} \text{ farads,}$$

ou,

$$42 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{6} = 42 \cdot 10^{-2} = 0{,}42 \text{ microfarad.}$$

124. *Capacité de la terre.* — En unités électrostatiques C.G.S., la capacité de la terre est égale à son rayon en centimètres, donc

$$C = 6{,}37 \cdot 10^8 \text{ unités électrost.,}$$

$$C = \frac{6{,}37 \cdot 10^8}{v^2} = 0{,}71 \cdot 10^{-12} \text{ unités électromagn.,}$$

$$C = 0{,}71 \cdot 10^{-12} \cdot 10^9 = \frac{1}{1400} \text{ de farad environ.}$$

125. *Problème.* — Une pile de 20 éléments Daniell disposés en série, lance un courant dans un fil télégraphique de 100 kilomètres, quelle est l'intensité exprimée en ampères ?

La résistance de 100 mètres de fil télégraphique étant 1 ohm, la résistance du fil est $R = 1000$ ohms ; la force électromotrice d'un Daniell est $e = 1{,}08$, ou approximativement 1 volt ; nous supposons que l'élément a une résistance $r = 10$ ohms ; dès lors, n étant le nombre d'éléments et I l'intensité, on calculera I par la formule

$$I = \frac{ne}{nr + R} = \frac{20 \cdot 1}{20 \cdot 10 + 1000} = \frac{1}{6} \text{ ampère,}$$

ou,

$$I = 16{,}66 \text{ milliampères.}$$

126. *Problème.* — Calculer la chaleur dégagée par minute dans le circuit du n° 125.

La formule qui permet de calculer le nombre de calories (gramme-degré) par seconde est (117)

$$C = 0{,}2404\, I^2 R.$$

Or,

$$I = \frac{1}{6}, \quad R = 1200,$$

d'où, après substitution et calculs

$$C = 8{,}01 \text{ (gr. deg.),}$$

et par conséquent, par minute, on aura

$$C = 8{,}01 \cdot 60 = 48{,}06 \text{ (gr. deg.).}$$

127. *Problème.* — Calculer la force électromotrice engendrée dans l'essieu d'un système de deux roues roulant sur les rails d'une voie ferrée horizontale, perpendiculairement au méridien magnétique. La vitesse étant de 56 kilom. à l'heure; l'intensité horizontale magnétique étant 0,474, l'inclinaison 67°,50′ et la longueur de l'essieu $1^{m},75$.

La force électromotrice est produite par la composante verticale du champ terrestre coupée par l'essieu, car l'essieu glissant le long des composantes horizontales, celles-ci sont inefficaces (91).

On a donc

$$\text{intensité verticale} = 0{,}474 \cdot \text{tg } 67°{,}50' = 1{,}142,$$
$$\text{vitesse en cent. par sec.} = 1555,$$
$$\text{longueur de l'essieu en cent.} = 175.$$

La force électromotrice E est égale au produit de ces trois éléments, donc

$$E = 175 \cdot 1555 \cdot 1{,}142 = 276506 \text{ unités électrom.}$$

ou,

$$E = 276506 : 10^8 = 0^{\text{volt}},00276.$$

§ 3. ÉTALONS DES UNITÉS PRATIQUES.

128. *Volt.* — Il n'existe pas d'étalon matériel représentant exactement un volt, mais on a mesuré avec précision la force électromotrice des couples voltaïques les plus constants. Dans les applications qui n'exigent que peu d'exactitude, on peut se servir de l'élément Daniell dont la force électromotrice est 1,079. Les éléments employés par les praticiens sont de très petites dimensions; ils sont formés de petits vases en verre de 5 à 6 centimètres de hauteur et de 4 centimètres de diamètre; on les groupe dans des caisses plates dont le maniement est commode.

Le couple qui convient le mieux comme étalon est celui de M. Latimer Clark (1) : l'électrode négative est un morceau de zinc distillé, suspendu

(1) *Philosoph. Transact*, 19 juin, 1873.

dans une pâte formée de sulfate de mercure et de sulfate de zinc; cette pâte est versée sur du mercure que l'on a mis préalablement dans un vase de pile. Un fil de platine qui sert de rhéophore positif pénètre dans le vase près du fond et aboutit dans le mercure.

De nombreuses comparaisons faites entre des éléments, les uns neufs, les autres construits depuis plusieurs mois ont établi que les variations de la force électromotrice de cet élément n'atteignaient pas un millième de sa valeur. La force électromotrice de ce couple est de 1,457 volt.

129. *Ohm.* — Le comité de l'Association britannique a réalisé un étalon représentant l'ohm ou 10^9 unités électromagnétiques avec autant d'exactitude que possible; on a eu recours à une méthode proposée par W. Thomson et dont voici le principe :

Remplaçons le fil circulaire du nº 93, par une bobine verticale de même rayon recouverte d'un fil conducteur isolé, et communiquons à cet appareil un mouvement de rotation très rapide. La force électromotrice du courant induit sera proportionnelle au nombre de spires du fil; en effet, chacune des spires coupant le même nombre de lignes de force pendant le même temps, devient le siège d'une force électromotrice dont la valeur a été déterminée (94), et toutes ces forces électromotrices s'ajoutent dans le fil; d'autre part, la résistance est aussi proportionnelle à la longueur du fil, c'est à dire au nombre de spires; il en résulte que l'intensité, qui est le rapport de la force électromotrice totale à la résistance totale est indépendante du nombre de spires du fil. L'intensité du courant induit dans une spire est (94)

$$I = \frac{2\omega r^2 \varphi}{\rho};$$

désignons par m le nombre de tours du fil, par R sa résistance totale, par L sa longueur, on aura

$$I = \frac{2\omega r^2 \varphi m}{R};$$

mais,

$$L = m 2\pi r,$$

d'où, en éliminant m,

$$I = \frac{\omega L r \varphi}{\pi R}.$$

Si l'on suspend au centre du cercle, une petite aiguille aimantée, chacun de ses pôles sera sollicité par deux forces ; la première, parallèle au méridien magnétique et émanant de la terre, elle est mesurée par φq ; la seconde perpendiculaire au méridien magnétique. Le calcul conduit pour la valeur de cette dernière force à l'expression (1)

$$F = \frac{L^2 \omega \varphi q}{4 r R}.$$

L'aiguille est en équilibre, quand la résultante de ces actions agit suivant le prolongement de son axe; si donc on désigne par α la déviation, on aura la relation

$$F = \varphi q \operatorname{tg} \alpha,$$

ou,

$$\frac{L^2 \omega \varphi q}{4 r R} = \varphi q \operatorname{tg} \alpha,$$

d'où l'on déduit

$$R = \frac{\omega L^2}{4 r \operatorname{tg} \alpha}.$$

Les longueurs L et r étant exprimées en centimètres, la résistance R sera exprimée en unités électromagnétiques.

Le quotient $\frac{R}{10^9}$ représente en ohms la résistance du fil, et $L : \frac{R}{10^9}$ est la longueur du fil de la bobine dont la résistance est d'un ohm. Dès lors, il suffit d'adopter pour la construction de l'étalon de résistance un fil conducteur d'une substance déterminée et de chercher la longueur qu'il faut lui donner pour qu'il offre la même résistance qu'une longueur $L : \frac{R}{10^9}$ du fil de la bobine. On peut faire cette détermination expérimen-

(1) *Reports on electrical Standards*. Page 48. London, 1873.

talement ou par le calcul en employant la formule des conducteurs équivalents (28).

130. Plusieurs étalons de l'ohm ont été construits par le comité de l'Association britannique; les uns sont en platine-argent, les autres en maillechort(1) (cuivre, zinc, nickel); d'autres encore sont en platine-iridium. Le comité a fixé son choix sur ces alliages, parce qu'ils satisfont à plusieurs conditions dont la plus importante est la faible variation de leur conductibilité quand la température change

131. *Forme de l'étalon de résistance.* — Le fil *ff* représentant l'unité de résistance (fig. 17), est enveloppé de plusieurs couches de soie; il est replié sur lui-même pour éviter les effets d'induction et enroulé sur une bobine isolante B; ses deux bouts sont fixés à deux gros conducteurs C deux fois recourbés à angles droits. Les extrémités de ces conducteurs plongent dans deux godets remplis de mercure, quand l'appareil est intercalé dans un circuit. La bobine est entourée d'une boîte métallique D (la moitié antérieure de la boîte est enlevée dans la figure), cette boîte est remplie de paraffine P dans laquelle le fil est complètement noyé.

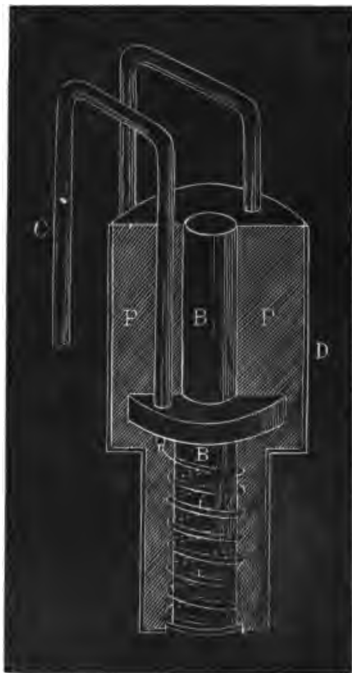


Fig. 17.

Comme la conductibilité des métaux diminue quand la température s'élève, la bobine ainsi construite ne correspond à la résistance d'un ohm que pour une température déterminée *t* que le constructeur inscrit sur l'appareil. Si l'on opère à une

(1) Le mot maillechort vient de Maillot et Chorier, deux Français qui ont importé cet alliage d'Allemagne en France.

température autre que celle de l'étalonnage, on plonge la caisse D dans un bain à t^{o}. On peut aussi faire usage de formules de correction. Ainsi entre les températures 0° et θ°, on peut employer, d'après Matthiessen, la formule empirique

$$R_\theta = R_0 (1 + a\theta + b\theta^2),$$

dans laquelle *a* et *b* sont des coëfficients dépendant des métaux considérés.

132. *Boîtes de résistance.* — Pour les mesures courantes, on réunit en une seule boîte plusieurs bobines représentant l'ohm et ses multiples; et on adopte souvent la disposition indiquée dans la fig. 18; *a*, *a'*, *a''*... sont des pièces épaisses en laiton dont la résistance est négligeable, *b*, *b'*, *b''*... sont des chevilles en laiton dont la tête est en bois; *c*, *c'*, *c''*...



Fig. 18.

sont les bobines. Sur le couvercle de la boîte, on inscrit au-dessus de chaque bobine la résistance qu'elle offre. La manœuvre de l'appareil est très simple : on l'introduit par les bornes A et B dans le circuit; quand toutes les chevilles sont en place, le courant n'éprouve pas de résistance appréciable dans la boîte; en enlevant la cheville *b*, on introduit dans le circuit la résistance de la bobine *c*, en enlevant la cheville *b'*, on introduit la résistance de *c'*, et ainsi de suite, de sorte que la résistance du circuit se trouve augmentée de celle de la bobine dont on enlève la cheville. La combinaison des résistances des bobines pourra donner lieu à toutes les résistances possibles; c'est ainsi qu'une boîte dont les bobines auraient un maximum de résistance de 1000 ohms, permettrait d'intro-

duire toutes les résistances depuis 1 jusqu'à 2110 ohms si elle renfermait les treize bobines suivantes :

		Ohms	
1	10	100	1000.
2	20	200	
2	20	200	
5	50	500	

Malgré tous les soins apportés par le Comité de l'Association britannique à la détermination de l'ohm, le problème de l'étalon de résistance ne paraît pas définitivement résolu : les résultats des expériences sont entachés de légères erreurs provenant de perturbations dont il est difficile de tenir compte. Ces perturbations sont dues surtout à l'induction des spires du fil sur elles-mêmes, et des courants induits que l'aiguille fait naître dans le fil. De plus, comme il est probable que les propriétés électriques des alliages ne restent pas rigoureusement inaltérées avec le temps, le congrès des électriciens, dans sa séance du 19 septembre 1881, a décidé sur la proposition de M. Mascart que l'ohm serait représenté par la résistance d'une colonne de mercure d'un millimètre carré de section et à la température de 0°, et qu'une commission internationale serait chargée de déterminer par de nouvelles expériences, la longueur exacte de cette colonne. On peut se faire une idée de la résistance de l'ohm par les chiffres suivants : cette unité correspond à peu près à la résistance d'un fil de cuivre pur de 1 mm. de diamètre et de 50 mètres de longueur, ou à celle de 100 mètres de fil télégraphique de 4 mm. de diamètre, ou encore à celle d'une colonne de mercure d'un mm. c. de section et d'une longueur comprise entre $1^m,04$ et $1^m,05$.

Depuis le Congrès, plusieurs savants ont proposé d'autres méthodes, nous citerons celle de M. Lippmann.

122. *Méthode de M. G. Lippmann pour la détermination de l'ohm* (1). — Dans une note du mois d'octobre 1881, M. Lippmann propose de

(1) Comptes-rendus de l'Acad. des Sc., tome 93, p. 713.

déterminer, de la manière suivante, la résistance en unités absolues d'un étalon E quelconque, une colonne de mercure à 0°, par exemple. On intercale E dans le circuit d'une pile P à courant constant (fig. 19); soit R la résistance cherchée, i l'intensité de la pile et e la différence des potentiels aux extrémités de E, on aura la relation

$$R = \frac{e}{i},$$

e et i étant exprimées en unités électromagnétiques. Pour connaître i, on fait passer le courant de la pile dans une boussole des tangentes B;

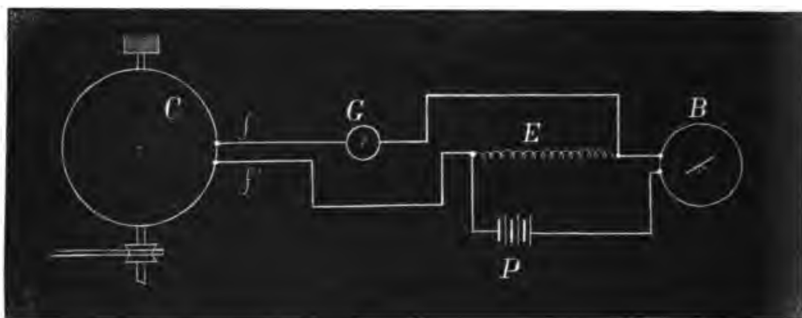


Fig. 19.

la quantité e est déterminée par une méthode d'opposition. On met, à cet effet, à une grande distance de la boussole, un cadre vertical C mobile autour de son diamètre vertical, et auquel on imprime une vitesse de rotation de n tours par seconde. Ce cadre porte un fil de cuivre dont le circuit est toujours ouvert; aucun courant n'y prend naissance; seulement le magnétisme terrestre y fait naître une force électromotrice d'induction qui atteint le maximum de sa valeur au moment où le plan du cadre coïncide avec le plan du méridien magnétique. A ce moment, les extrémités du fil induit mobile sont mises en communication pendant un temps très court et par l'intermédiaire de deux fils f et f' fixes, avec les extrémités de l'étalon E. Un galvanomètre astatique sensible G se trouve sur le parcours du fil f. Pour établir à chaque tour cette communication, le diamètre horizontal du cadre C porte deux petits balais fixés à ses extrémités, on termine f et f'

par deux contacts fixés dans le méridien magnétique et que les balais viennent toucher à chaque révolution.

Pour faire les déterminations de e et i, un premier observateur rend la vitesse constante et enrégistre n; un second observateur fait varier l'intensité i du courant de la pile au moyen d'un rhéostat, le troisième note la déviation α de la boussole B. L'aiguille du galvanomètre G dévie sous l'action du courant différentiel qui traverse sa bobine; mais pour une valeur convenable de i, la déviation est nulle. A ce moment, la valeur correspondante de e est précisément celle que l'action terrestre fait naître aux extrémités des fils f et f'. On a donc d'une part,

$$e = nS\varphi. \quad (94)$$

S étant l'aire du cadre C en centim. c., et d'autre part,

$$i = \frac{\varphi \cdot r \operatorname{tg} \alpha}{2\pi} \cdot \quad (96)$$

Donc pour déterminer R,

$$R = \frac{2\pi \, nS}{r \operatorname{tg} \alpha} \text{ unités électrom.}$$

Connaissant les dimensions de la colonne de mercure employée, on détermine facilement par le calcul la longueur d'une colonne de 1^{mmc} de section dont la resistance est égale à l'ohm ou 10^9 unités électrom.

Cette méthode a l'avantage que le cadre portant le fil induit C étant très éloigné des aiguilles aimantées, celles-ci ne font pas naître de courants d'induction parasites; ensuite, d'après M. Lippmann le circuit étant constamment ouvert, il n'y a pas de corrections à faire du chef des extra-courants.

124. *Microfarad.* — On construit également des étalons de capacité; ce sont des condensateurs formés de feuilles de papier d'étain séparés par des lames de mica. Ces feuilles et ces lames sont empilées et superposées alternativement. Les feuilles de rang pair sont reliées entre elles et il en est de même des feuilles impaires; de cette manière, on forme un condensateur à grande surface; le tout est noyé dans la paraffine afin que la distance des lames et par conséquent, la capacité reste invariable. Un

microfarad renferme environ 300 feuilles circulaires d'étain et est contenu dans une boîte close de 8 centimètres de hauteur et de 16 centimètres de diamètre ; une cheville sert à décharger le condensateur. On construit aussi des boîtes de capacité analogues aux boîtes de résistance, et fournissant par une manœuvre convenable de chevilles, des capacités de différentes grandeurs.

§ 4. COMPARAISON DE L'OHM AUX AUTRES UNITÉS DE RÉSISTANCE.

135. L'Association britannique a comparé son unité pratique aux diverses unités qui étaient en usage antérieurement, ces unités sont :

A. L'unité de Jacobi, 25 pieds ($8^m,12$) d'un fil de cuivre pesant 345 grains ($22^{gr},4$).

B. L'unité de Siemens, un cylindre de mercure pur, à 0°, ayant 1^m de longueur et 1^{mmc} de section.

C. L'unité de l'Association britannique (ohm).

D. L'unité télégraphique française suivant Digney, 1 kilomètre de fil de fer de 4^{mm} de diamètre.

E. L'unité télégraphique de Bréguet, présentant avec la précédente une légère différence dans sa valeur pratique.

F. L'unité télégraphique suisse, suivant Hipp, différant très peu des deux précédentes.

G. L'unité de Matthiessen, 1 mille anglais ($1609^m,34$) de fil de cuivre pur de $\frac{1}{16}$ de pouce ($0^m,0016$) de diamètre à 15°,5 C.

H. L'unité de Varley, 1 mille anglais d'un fil de cuivre particulier, ayant $\frac{1}{16}$ de pouce de diamètre.

I. L'unité télégraphique allemande avant 1848, 1 mille allemand ($7532^m,83$) de fil de cuivre ayant $\frac{1}{12}$ de pouce ($0^m,0021$) à 20° C.

136. La table suivante permet de passer d'une unité à une autre : à cet effet, on cherche dans la première colonne verticale le nom de

l'unité à laquelle est rapporté le nombre donné, puis on suit la ligne horizontale qui part de ce nom jusqu'à la colonne verticale en tête de laquelle est inscrite la lettre indicatrice de la seconde unité. Le nombre rencontré est le facteur de conversion. Ainsi s'il s'agit de convertir en unités Siemens une résistance évaluée en fil télégraphique de Bréguet, la première colonne verticale fournit à la lettre E l'unité de Bréguet; l'unité Siemens étant désignée par B, on suit la ligne horizontale partant de E, et on s'arrête à la colonne verticale marquée B, le nombre trouvé est 10,23. C'est par ce nombre qu'il faut multiplier le nombre d'unités Bréguet pour avoir le nombre correspondant d'unités Siemens.

Un deuxième tableau donne les résistances spécifiques de quelques métaux évalués en ohms; les résistances ont été déterminées par Matthiessen, et les résultats réduits en ohms par Fleeming Jenkin :

Comparaison des unités de résistance (d'après Jenkin) (1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A. Unité Jacobi.	1,000	0,6675	0,6367	0,06869	0,06520	0,06106	0,04686	0,02486	0,01108
B. Unité Siemens	1,498	1,000	0,9536	0,1030	0,0977	0,0915	0,07026	0,03726	0,0166
C. Ohm	1,570	1,0486	1,0000	0,1079	0,1024	0,0959	0,0736	0,03905	0,01741
D. Unité télégraphique (Digney). . . .	14,56	10,[illegible]971	9,266	1,000	0,9491	0,8889	0,6822	0,3620	0,1613
E. Unité télégraphique (Bréguet) . . .	15,34	10,23	9,760	1,054	1,0000	0,9365	0,7187	0,3814	0,1700
F. Unité télégraphique (Hipp) . . .	16,38	10,93	10,42	1,125	1,068	1,0000	0,7675	0,4072	0,1815
G. Unité Matthiessen	21,34	14,23	13,59	1.66	1,391	1,303	1,000	0,5303	0,2365
H. Unité Varley	40,21	26,83	25,61	2,763	2,622	2,456	1,885	1,000	0,4457
I. Unité télégraphique allemande . . .	90,22	60,21	57,44	6,198	5,882	5,509	4,228	2,243	1,000

(1) *Reports on Electrical Standards* London, 1873

Tableau des résistances spécifiques de diverses substances à 0°.

SUBSTANCES.	Résistance de 1 c. cube entre deux faces opposées.	Résistance d'un fil de 1m de longueur et de 1mm de diamètre.	Résistance d'un fil de 1m de long. et pesant 1 gramme.
Métaux.	Michroms.	Ohms.	Ohms.
Argent recuit.	1,521	0,01937	0,1544
» écroui.	1,652	0,02103	0,1680
Cuivre recuit	1,616	0,02057	0,1440
» écroui.	1,652	0,02104	0,1469
Or recuit	2,081	0,02650	0,4080
» écroui	2,118	0,02697	0,4150
Aluminium recuit	2,945	0,03751	0,0757
Zinc écroui	5,689	0,07244	0,4067
Platine recuit.	9,158	0,1166	1,96
Fer recuit	9,825	0,1251	0,7654
Nickel recuit	12,60	0,1604	1,071
Étain écroui	13,65	0,1701	0,9738
Plomb	19,85	0,2526	2,257
Mercure	99,74	1,2247	13,06
Alliages recuits ou écrouis.			
Argent 2, platine 1	24,66	0,3140	2,959
Maillechort. Cuivre 50, zinc 25, nickel 25	21,77	0,2695	1,85
Or 2, argent 1.	10,99	0,1399	1,668

Comparaison des unités de résistance (d'après Jenkin) (1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A. Unité Jacobi.	1,000	0,6675	0,6367	0,06869	0,06520	0,06106	0,04686	0,02486	0,01108
B. Unité Siemens	1,498	1,000	0,9536	0,1030	0,0977	0,0915	0,07026	0,03726	0,0166
C. Ohm	1,570	1,0486	1,0000	0,1079	0,1024	0,0959	0,0736	0,03905	0,01741
D. Unité télégraphique (Digney). . . .	14,56	10,0971	9,266	1,000	0,9491	0,8889	0,6822	0,3620	0,1613
E. Unité télégraphique (Bréguet) . . .	15,34	10,23	9,760	1,054	1,0000	0,9365	0,7187	0,3814	0,1700
F. Unité télégraphique (Hipp) . . .	16,38	10,93	10,42	1,125	1,068	1,0000	0,7675	0,4072	0,1815
G. Unité Matthiessen	21,34	14,23	13,59	1.66	1,391	1,303	1,000	0,5303	0,2365
H. Unité Varley	40,21	26,83	25,61	2,763	2,622	2,456	1,885	1,000	0,4457
I. Unité télégraphique allemande . . .	90,22	60,21	57,44	6,198	5,882	5,509	4,228	2,243	1,000

(1) *Reports on Electrical Standards* London, 1873.

Tableau des résistances spécifiques de diverses substances à 0°.

SUBSTANCES.	Résistance de 1 c. cube entre deux faces opposées.	Résistance d'un fil de 1m de longueur et de 1mm de diamètre.	Résistance d'un fil de 1m de long. et pesant 1 gramme.
Métaux.	Michroms.	Ohms.	Ohms.
Argent recuit.	1,521	0,01937	0,1544
» écroui.	1,652	0,02103	0,1680
Cuivre recuit	1,616	0,02057	0,1440
» écroui.	1,652	0,02104	0,1469
Or recuit	2,081	0,02650	0,4080
» écroui	2,118	0,02697	0,4150
Aluminium recuit	2,945	0,03751	0,0757
Zinc écroui	5,689	0,07244	0,4067
Platine recuit.	9,158	0,1166	1,96
Fer recuit	9,825	0,1251	0,7654
Nickel recuit	12,60	0,1604	1,071
Étain écroui	13,65	0,1701	0,9738
Plomb	19,85	0,2526	2,257
Mercure	99,74	1,2247	13,06

Alliages recuits ou écrouis.

Argent 2, platine 1	24,66	0,3140	2,959
Maillechort. Cuivre 50, zinc 25, nickel 25	21,77	0,2695	1,85
Or 2, argent 1.	10,99	0,1399	1,668

CHAPITRE VIII.

DES UNITÉS ARBITRAIRES.

§ 1. LOIS DE L'ÉLECTROLYSE.

Lorsqu'on ne dispose pas d'instruments gradués en unités pratiques, on se sert d'unités arbitraires, et l'on ramène ensuite les résultats aux unités absolues. Les effets chimiques peuvent être choisis pour définir l'unité de courant; nous rappellerons d'abord les lois des actions électrochimiques.

137. *Lois de Faraday.* — Les lois fondamentales de l'électrolyse ou décomposition des corps composés (électrolytes) par le courant électrique peuvent être énoncées de la manière suivante :

1° Le travail chimique effectué par un courant est le même en tous les points du circuit.

2° La quantité d'un même électrolyte décomposée dans un temps donné est proportionnelle à l'intensité du courant.

3° Lorsque, dans un même circuit, divers électrolytes sont soumis à l'action d'un courant, les quantités décomposées de chacun d'eux sont proportionnelles à leurs équivalents chimiques.

138. Cette dernière loi est la plus remarquable, elle apprend que pour séparer des quantités équivalentes au point de vue chimique, il faut une même intensité de courant ou un même travail électrique. Ainsi, lorsqu'on dispose sur un même circuit des tubes renfermant de l'eau acidulée, du chlorure de plomb, du protochlorure d'étain, du

nitrate d'argent,... tous les électrolytes sont décomposés; l'hydrogène et les métaux dégagés de leurs combinaisons sont transportés par le courant sur les surfaces polaires négatives des tubes. Si l'on représente par 1 le poids de l'hydrogène dégagé pendant un temps déterminé, les poids de plomb, d'étain, d'argent... déposés pendant le même temps sont respectivement 103,5, 59, 108, ...; or, ces nombres sont précisément les équivalents chimiques de ces métaux.

129. *Equivalents électrochimiques* (1). — La table suivante contient des exemples de décompositions électrolytiques exigeant des quantités égales d'électricité.

SUBSTANCE DÉCOMPOSÉE.	MASSE DÉCOMPOSÉE.	MASSE DES PRODUITS DE LA DÉCOMPOSITION.	
Eau	9	1 hydrogène.	8 oxygène.
Acide chlorydrique . . .	36,5	1 »	35,5 chlore.
Chlorure de potassium . .	74,5	39 potassium.	35,5 »
» sodium	58,5	23 sodium.	35,5 »
» argent	143,5	108 argent.	35,5 »
Iodure de potassium . . .	166	39 potassium.	127 iode.
Bromure de potassium . .	119	39 »	80 brome
Chlorure de calcium . .	55,5	20 calcium.	35,5 chlore.
» zinc	68	32,5 zinc.	35,5 »
Protochlorure de fer . . .	63,5	28 fer.	35,5 »
Sesquichlorure de fer . . .	54 $^1/_6$	18 $^2/_3$ fer.	35,5 »
Sous-chlorure de cuivre . .	198	127 cuivre.	71 »
Protochlorure de cuivre . .	134 $^1/_2$	63 $^1/_2$ cuivre.	71 »

(1) EVERETT : *Units and physical constants.*

SUBSTANCE DÉCOMPOSÉE.	MASSE DÉCOMPOSÉE.	MASSE DES PRODUITS DE LA DÉCOMPOSITION.	
Protochlorure de mercure .	271	200 mercure.	71 chlore.
(Sublimé corrosif)	135,5	100 mercure.	35,5 »
Sulfate de potasse	87	39 potassium.	
» de zinc	81,5	32,5 zinc.	
Azotate de plomb	165,5	103,5 plomb.	
» d'argent	170	108 argent.	
Protochlorure d'étain . . .	94,5	59 étain.	35,5 »
Bichlorure d'étain	65	29,5 étain.	35,5 »

140. *Mesure du courant par l'effet chimique.* — Le poids d'un électrolyte décomposé pendant un temps donné étant proportionnel à la quantité d'électricité qui le traverse, il en résulte qu'on peut mesurer cette quantité, et par suite, l'intensité du courant, par le poids du corps décomposé. Un appareil disposé de manière à recueillir les produits de la décomposition s'appelle *voltamètre.*

Lorsqu'on se sert comme électrolyte d'une dissolution saline métallique, les électrodes sont des plaques de même métal que celui du sel et l'on déduit l'intensité du courant de l'augmentation de poids de l'électrode négative, ou de la diminution de poids de l'autre électrode (1).

141. *Voltamètre.* — Quand l'électrolyte est l'eau acidulée, le voltamètre se compose d'un vase de verre dont le fond est percé de deux trous, dans lesquels sont mastiqués deux fils de platine qui servent d'électrodes. Le vase est rempli d'eau acidulée, et au-dessus des fils de platine on dispose de petites cloches graduées et remplies d'eau. Quand le courant

(1) Voir une excellente description des compteurs d'électricité d'Edison dans : *La Nature*, 29 avril 1883.

a agi pendant un temps déterminé, on obtient un certain volume d'hydrogène dans le tube qui recouvre le fil négatif; en divisant ce volume par le temps, on obtient le volume dégagé pendant l'unité de temps, et on en déduit par le calcul, la valeur numérique de l'intensité du courant rapportée à l'unité que l'on adopte.

L'unité *électrochimique* de courant généralement admise, est l'intensité du courant qui dégage 1 milligramme d'hydrogène par seconde, ce qui correspond à la décomposition de 9 milligrammes d'eau.

142. *Poids de l'hydrogène dégagé.* — Pour mesurer le volume d'hydrogène, on bouche avec le doigt l'extrémité ouverte du tube, on le porte verticalement dans un vase rempli d'eau, et on l'enfonce jusqu'à ce que le niveau de l'eau y soit le même que dans le vase. La pression de l'hydrogène de la cloche, augmentée de la pression de la vapeur d'eau qui la sature est alors égale à la pression atmosphérique; on lit le volume occupé sur la division gravée le long du tube.

Soient V le volume du gaz mesuré en centimètres cubes, T le nombre de secondes, H_0 la hauteur barométrique ramenée à 0°, t la température, f la pression de la vapeur d'eau saturée à $t°$ (H_0 et f étant exprimées en millimètres). Le poids du volume V d'hydrogène dégagé par seconde est donné par l'expression

$$\frac{V \cdot 0{,}0896\,(H_0 - f)}{(1 + 0{,}003665t)\,760},$$

dans laquelle 0,0896 est le poids d'un centimètre cube d'hydrogène à 0° et sous la pression de 760 mm. et 0,003665 le coëfficient de dilatation des gaz. L'intensité est, par conséquent, exprimée en unités électrochimiques par la formule

$$I = \frac{V \cdot 0{,}0896\,(H_0 - f)}{T\,(1 + 0{,}003665t)\,760}. \qquad (1)$$

143. La table suivante donne les valeurs de l'expression

$$\frac{0{,}0896\,(H_0 - f)}{(1 + 0{,}003665t)\,730}$$

pour quelques valeurs de t et de $H_0 - f$.

Valeurs de $\frac{0{,}0896\,(H_0 - f)}{(1 + 0{,}003665t)760}$.

$H_0 - f$	TEMPÉRATURES									
	0°	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°
	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
700	8253	8133	8133	8075	8018	7961	7905	7850	7796	7742
702	8276	8216	8156	8098	8041	7984	7928	7872	7818	7764
704	8300	8239	8180	8121	8063	8006	7950	7895	7840	7786
706	8323	8263	8203	8144	8086	8029	7973	7917	7862	7808
708	8347	8286	8226	8167	8109	8052	7995	7940	7885	7830
710	8371	8310	8249	8191	8132	8075	8018	7962	7907	7852
712	8394	8333	8273	8214	8155	8097	8041	7984	7929	7875
714	8418	8357	8296	8237	8178	8120	8063	8007	7952	7879
716	8441	8380	8319	8260	8201	8143	8086	8029	7974	7919
718	8465	8403	8342	8283	8224	8166	8108	8052	7996	7941
720	8488	8427	8366	8306	8247	8188	8131	8074	8018	7963
722	8512	8450	8389	8329	8270	8211	8153	8097	8040	7985
724	8536	8473	8412	8352	8293	8234	8176	8119	8063	8007
726	8559	8497	8435	8375	8316	8256	8199	8142	8085	8029
728	8583	8520	8459	8398	8339	8279	8221	8164	8107	8051
730	8606	8544	8482	8421	8362	8302	8244	8186	8130	8074
732	8630	8567	8505	8444	8384	8325	8266	8209	8152	8096
734	8654	8591	8528	8467	8407	8348	8289	8231	8174	8118

144. *Emploi de la boussole des tangentes pour la mesure des courants en unités électrochimiques.* — On se sert avec avantage de la boussole des tangentes pour mesurer l'intensité des courants rapportée à l'unité qui

vient d'être adoptée. En disposant sur le circuit une boussole et le voltamètre, on obtient d'une part une déviation α de l'aiguille, et d'autre part, un poids d'hydrogène dans la cloche du voltamètre. La formule d'équilibre de la boussole des tangentes (96) peut être écrite

$$I = K \operatorname{tg} \alpha,$$

I étant l'intensité du courant et K une constante qu'il faut déterminer ; d'ailleurs, l'intensité du courant en unités électrochimiques est donnée par la formule (1) du n° 142; en égalant les deux valeurs de l'intensité, on obtient une relation dont on déduit K.

Lorsque dans une expérience quelconque, on observera une autre déviation α, il suffira de multiplier K par la tangente de cet angle pour obtenir la valeur de l'intensité en unités électrochimiques.

145. *Conversion de l'unité arbitraire en unités absolues.* — D'après M. Kohlrausch (1), le poids de l'argent déposé en une seconde par un courant dont l'intensité correspond à un ampère est 1,1363 milligr.; l'unité électromagnétique C.G.S. dépose donc 11,363 milligr. Comme l'équivalent chimique de l'argent est 108; on en conclut qu'un ampère dégage $1{,}1363 : 108 = 0{,}0105$ ou qu'il décompose $0{,}0105 \cdot 9 = 0{,}0945$ milligrammes d'eau.

Une unité électromagnétique dégage donc 0,105 milligr. d'hydrogène par seconde.

Réciproquement, pour dégager par seconde 1 milligramme d'hydrogène, il faut un courant de

$$1 : 0{,}0105 = 95{,}05 \text{ ampères},$$

$$95{,}05 : 10 = 9{,}505 \text{ unités électrom. C.G.S.},$$

$$9{,}505 \cdot 3 \cdot 10^{10} = 2{,}85 \cdot 10^{11} \text{ unités électrost. C.G.S.};$$

les nombres 95,05, 9,505 et $2{,}85 \cdot 10^{11}$ sont donc les constantes par lesquelles il faut multiplier l'intensité d'un courant déduite de la for-

---

(1) *Annales de Poggendorf*, vol. CXLIX, 1873.

mule (1) (142), pour ramener respectivement cette intensité, aux unités pratique, électromagnétique et électrostatique.

§ 2. APPLICATION NUMÉRIQUE.

Afin d'éclaircir ce qui précède par un exemple numérique, nous décrirons les expériences faites par M. Cazin pour déterminer la résistance et la force électromotrice d'un élément Bunsen à auge rectangulaire[1]. Les mesures sont rapportées à l'unité électrochimique qui vient d'être définie, et l'unité de résistance est l'unité Siemens (135). Nous convertirons en unités C.G.S. et en unités pratiques les résultats obtenus au moyen de ces unités arbitraires.

146. *Détermination de la constante de la boussole des tangentes.* — Le circuit était composé de 4 éléments Bunsen, d'un voltamètre et d'une boussole des tangentes ; on observait :

Déviation de la boussole	$\delta = 7°,50'$
Volume d'hydrogène dégagé en deux minutes	$V = 17^{cc}$
Hauteur barométrique réduite à 0°. . . .	$H_0 = 760^{mm}$
Température	$t = 14°,5$
Intensité calculée par la formule (1) . . .	$I = 0,011846$.

On déduit de ces données pour la constante de la boussole :

$$0,011846 = K \cdot \mathrm{tg}\, 7°,50',$$

d'où,

$$K = 0,08611.$$

147. *Détermination de la force électromotrice d'un élément.* — Pour déterminer la force électromotrice, on employa la méthode de Wheatstone[2], et on fit deux expériences.

(1) *Traité théorique et pratique des piles électriques*, par A. Cazin. Paris, 1881.
(2) Jamin, *Cours de physique de l'École polytechnique*. Tome III, page 187.

Expérience (A). Circuit formé par 4 éléments, la boussole et les rhéophores nécessaires :

$$\text{Déviation.}\ \ldots\ d = 27°4'$$

$$\operatorname{tg} d = 0{,}5110.$$

Expérience (B). Circuit formé par les mêmes éléments, la même boussole, les mêmes rhéophores, mais une autre résistance $R = 1{,}6748$ (unité Siemens) d'un tube capillaire plein de mercure :

$$\text{Déviation.}\ \ldots\ d' = 16°25'$$

$$\operatorname{tg} d' = 0{,}2946.$$

Avec ces données, on calcule e; en effet, en appelant z la résistance des rhéophores et de la boussole, r celle d'un élément, il suffit d'appliquer aux deux expériences la loi d'Ohm, ce qui donne :

$$\text{Expérience (A)}.\ \ldots\ K \operatorname{tg} d = \frac{4e}{4r + z}.$$

$$\text{Expérience (B)}.\ \ldots\ K \operatorname{tg} d' = \frac{4e}{4r + z + R}.$$

Éliminant $4r + z$ entre ces deux égalités, et remplaçant les lettres par leurs valeurs, on a

$$e = \frac{4R \cdot \operatorname{tg} d \cdot \operatorname{tg} d'}{4(\operatorname{tg} d - \operatorname{tg} d')} = \frac{0{,}08611 \cdot 0{,}511 \cdot 0{,}2946}{4 \cdot (0{,}511 - 0{,}2946)},$$

où

$$e = 0{,}025.$$

La moyenne de plusieurs expériences a donné 0,024.

148. *Détermination de la résistance de l'élément.*

Expérience (C). Le circuit est disposé comme pour l'expérience (A), mais ne renferme que deux éléments :

$$\text{Déviation.}\ \ldots\ d'' = 16°34'$$

$$\operatorname{tg} d'' = 0{,}2975;$$

d'où

$$\text{Expérience (C)}. \ . \ . \ . \quad K \operatorname{tg} d'' = \frac{2e}{2r + z},$$

$$\text{Expérience (A)}. \ . \ . \ . \quad K \operatorname{tg} d = \frac{4e}{4r + z},$$

éliminant z, on a

$$r = \frac{e(2 \operatorname{tg} d'' - \operatorname{tg} d)}{K \operatorname{tg} d \operatorname{tg} d''},$$

subtituant, on trouve

$$r = 0,136 \text{ unités Siemens.}$$

Nous avons donc

$$I = 0,011846 \text{ unités électrochimiques,}$$
$$E = 4e = 4 \cdot 0,024 = 0,096.$$

La résistance totale du circuit formé par la pile de 4 éléments, le voltamètre, la boussole et les rhéophores est

$$R = \frac{E}{I} = \frac{0,096}{0,011846} = 8,104 \text{ (unités Siemens).}$$

149. *Conversion des résultats en unités pratiques.* — Le facteur de conversion pour passer de l'unité Siemens à l'ohm est 0,9536 d'après le tableau de la page 104; on a donc (145)

$$I = 0,011846 \cdot 95,05 = 1,12 \text{ ampère,}$$
$$R = 8,04 \cdot 0,9536 = 7,7 \text{ ohms,}$$
$$E = IR = 7,7 \cdot 1,12 = 8,6 \text{ volts.}$$

Conversion en unités électromagnétiques C.G.S.

$$I = 0,01186 \cdot 9,505 = 0,112,$$
$$R = 7,7 \cdot 10^9,$$
$$E = 8,6 \cdot 10^8.$$

Conversion en unités électrostatiques C.G.S.

$$I = 0{,}01186 \cdot 2{,}85 \cdot 10^{11},$$

$$R = 7{,}7 \cdot \frac{10^{-11}}{9} = 0{,}85 \cdot 10^{-11},$$

$$E = 8{,}6 \cdot \frac{10^{-2}}{3} = 2{,}9 \cdot 10^{-2}.$$

Constante de la boussole. — On a trouvé

$$K = 0{,}08611 \text{ unités arbitraires,}$$

et par conséquent

$$K = 0{,}08611 \cdot 95{,}05 = 8{,}18 \text{ ampères,}$$

$$K = 0{,}08611 \cdot 9{,}505 = 0{,}818 \text{ unités électrom. C.G.S.,}$$

$$K = 0{,}08611 \cdot 2{,}85 \cdot 10^{11} = 2{,}45 \cdot 10^{10} \text{ unités électrost. C.G.S.}$$

TABLE DES MATIÈRES.

CHAPITRE I,

DES GRANDEURS ÉLECTRIQUES.

§ 1. Quantité d'électricité.

§ 2. Potentiel.

§ 3. Intensité du courant.

§ 4. Résistance.

§ 5. Capacité électrique.

CHAPITRE II.

GÉNÉRALITÉS SUR LES UNITÉS.

CHAPITRE III.

SYSTÈME D'UNITÉS ÉLECTROSTATIQUES.

§ 1. — Définitions des unités.

§ 2. — Applications numériques.

CHAPITRE IV.

NOTIONS DE MAGNÉTISME ET D'ÉLECTROMAGNÉTISME.

§ 1. Magnétisme.

§ 2. Électromagnétisme.

CHAPITRE V.

SYSTÈME D'UNITÉS ÉLECTROMAGNÉTIQUES.

CHAPITRE VI.

COMPARAISON DES SYSTÈMES.

§ 1. Des dimensions des unités.

§ 2. Rapport des deux séries d'unités électriques.

CHAPITRE VII.

SYSTÈME D'UNITÉS PRATIQUES.

§ 1. **Définitions.**

§ 2. **Applications numériques.**

§ 3. **Étalons des unités pratiques.**

§ 4. **Comparaison de l'ohm aux autres unités de résistance.**

CHAPITRE VIII.

DES UNITÉS ARBITRAIRES.

§ 1. **Lois de l'électrolyse.**

§ 2. **Application numérique.**



